## 木星型惑星大気の縞状構造と 赤道ジェットの成因について

#### 竹広 真一

京都大学数理解析研究所

2016年2月17日



# はじめに 「浅い」モデル 回転球面 2 次元 順圧強制乱流 回転球面 2 次元 浅水強制乱流 3 次元 多層モデル 「深い」モデル 回転球殻対流 まとめ

# はじめに

## 木星, 土星の表層の帯状流

- 赤道域
  - 幅の広い西風(赤道加速)
- 中高緯度:
  - 縞状パターンに対応した 幅の狭い東西流



(Sukoriansky et.al, 2002)

## 大規模流のエネルギー源

- 入射太陽放射i外向き熱放射 ⇒ 内部熱源の存在
- エネルギー源
  - 入射太陽放射
  - 内部熱源



木星のエネルギー収支 (Pirraglia 1984)

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

## 大規模流のエネルギー源

- 表層の流体運動で説明 (浅いモデル)
  - 入射太陽放射
  - 内部熱源 ⇒ 表層の対 流運動 ⇒ 表層の渦を 励起
- 深部の対流運動に起源 を求める(深いモデル)
  - 内部熱源 ⇒ 深部対流
     ⇒ 表層流



木星の内部構造収支 (Guillot et al. 2004)

## 「深い」モデルと「浅い」モデル

- 「浅い」モデル:
  - 回転球面 2 次元強制乱流
  - 回転球面多層モデル
    - 惑星表層内の(ほぼ)2次元 的流体運動
    - 静水圧近似,コリオリカ水
       平成分のみ
    - : 中高緯度の縞状構造
    - ×:赤道域のジェット
  - •「深い」モデル:
    - 回転球殻対流モデル
      - 流体層全体の運動
      - 非静水圧,コリオリカを全 て計算
      - : 自転が速い ⇒ 赤道 加速
      - ×:中高緯度の縞状構造





# 浅いモデル

## 回転球面 2 次元順圧強制乱流

#### 回転球面順圧強制乱流問題~定式化

回転球面上の2次元流体運動
 : 渦度方程式(ポテンシャル渦度保存則)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \end{pmatrix} q = F - D, \ q = \nabla^2 \psi + 2\Omega \sin \varphi,$$
  
$$\Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + 2\Omega \frac{\partial \psi}{\partial \lambda} = F - D.$$

• 小スケールの渦度強制を導入

- 主な実験(無次元)パラメター
  - ロスビー数(の逆数)
  - 強制の中心波数
  - 散逸の種類

#### 回転球面上ではどうなる?

- 2次元 β 面 (自由減衰) 乱流の知識
  - 小スケールの乱流  $\Rightarrow$  大スケールヘカスケード  $\Rightarrow$  ラインズスケール  $L_{\beta} = \sqrt{U/\beta}$  で止まる  $\Rightarrow$  縞状構造の出現
- では回転球面上ではどうなる?
  - 極域では  $\beta \rightarrow 0, L_{\beta} \rightarrow \infty$
  - 緯度方向に異方性?

## 先駆的数值実験(1970年代)

- Williams(1978)
  - 1/8 セクター赤道対称 領域
  - 空間非等方な強制
  - 全球に縞状構造
  - ラインズスケール程度 の幅



流れ関数と帯状流の時間変化

#### 定番標準数値実験(1990年代)

- Nozawa and Yoden (1997)
  - 全球計算, 空間等方的なランダム強制
  - 普通の粘性散逸
  - 系統だった数値実験
  - 異なる回転角速度と強制波数
  - 強制波数 > ラインズ波数
     検討状態を ラインズ方の
    - ⇒ 縞状構造, ラインズスケール程度

β 面での知識と整合的

- 強制波数 < ラインズ波数</li>
   ⇒ 縞状構造なし, 周極流形成
  - 弱非線形的状態
  - ロスビー波を直接励起 ⇒ 極への運動 量輸送





5.0.00

#### 定番標準数値実験(1990年代)

#### • Nozawa and Yoden (1997)



木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

2016年2月17日 13/58

## 最近の結果:長時間積分

- Obuse, Takehiro and Yamada (2010)
  - Nozawa and Yoden (1998) の長時間積分版
    - 長時間漸近状態はどうなる?
    - 無次元時間 10 万まで計算 ⇔ NY98: 無次元時間 1000
    - 空間解像度 全波数 199 まで(格子点数 600×300)
    - 時間積分 4 次のルンゲクッタ法



木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

#### 最近の結果:長時間積分すると





#### 最近の結果:長時間積分すると

Obuse et al. (2010)
 ジェットの融合・消滅 ⇒ シマシマが消える!



角運動量の緯度分布時間変化 (左) と帯状流分布最終状態 (右) (Obuse et al. 2010)

# <u>浅いモデル</u> 回転球面 2 次元浅水強制乱流

## 回転球面浅水モデル~定式化

- 回転球面上の薄い流体層,層の厚さ可変
   特徴的なスケール
  - ラインズスケール  $L_{eta} = \sqrt{U/eta}$
  - 変形半径  $L_D = \sqrt{gh}/f$

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt} + \boldsymbol{f} \times \boldsymbol{v} = -g\nabla h + \boldsymbol{F} - \boldsymbol{D}_{\boldsymbol{v}},$$
$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot (h\boldsymbol{v}) = Q - D_h.$$



#### 標準的実験: Scott and Polvani (2007)

- 小スケールの渦度強制
- 球半径 < 変形半径  $L_D \Rightarrow$  順圧的
- 球半径 > 変形半径  $L_D$ 
  - 高緯度で  $L_D < L_\beta \Rightarrow$  孤立渦
  - 中緯度で  $L_D > L_\beta \Rightarrow 縞状構造$
  - 赤道で東向き ← ロスビー波の赤道での運動量集積



帝祝派万中 左  $L_D, L_\beta$  共に小 (木星), 左  $L_D$  小,  $L_\beta$  大 (土星), 右  $L_D, L_\beta$  共に大 (天王星・海王星).

#### 高度場への散逸

- Scott and Polvani (2008)
  - 表面変位場へニュートン冷却型散逸
  - 赤道加速流 (prograde) が出現





ポテンシャル渦度分布

#### 表面変位場の散逸

- Saito and Ishioka (2014)
  - Scott and Polvani の力学的解釈
  - Hough 関数への表面変位場散逸の影響
  - Rossby モードで赤道加速の位相傾き
    - ポテンシャル渦度散逸:高緯度で大,赤道域で小準地衡流ポテンシャル渦度方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \nabla^2 \eta - \frac{f_0^2}{gH} \eta \right) \sim \gamma \frac{f_0^2}{gH^2} \eta.$$

- 低緯度から高緯度へのエネルギー輸送
- ロスビー波低緯度から高緯度へ伝播
- 東向き運動量を赤道から抜き去る

#### 表面変位場の散逸

#### • Saito and Ishioka (2014)







Hough モードによる平均流加速 (a) K, MRG, (b) G, (c,d) R

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

2016年2月17日 22/58

## **浅いモデル** 3 次元球面多層モデル (プリミティブ)

## 球面多層モデル(湿潤)

#### Lian and Showman (2010)

- 湿潤大気計算(相変化 物質含む)
- 湿潤対流の相変化に伴う加熱が大気循環を 支配。
  - 木星土星パラメター (3-5 倍の太陽系組成)
     :赤道加速, 20 本 ジェット
  - 天王星海王星パラメ ター (30 倍の太陽系 組成):3 本ジェット



帯状流分布.上から木星,土星,天王星海王星計算

## 球面多層モデル(乾燥)

- Schneider and Liu (2009), Liu and Schneider (2011)
  - 乾燥大気計算(相変化物質含まない)
  - 下面中高緯度にレイリー摩擦 (MHD 抵抗), 赤道域で下 面摩擦なし
  - 上からの太陽放射による差分加熱,下面からの一様な 熱流
  - 太陽放射による差分加熱 ⇒ 中高緯度の縞状構造
  - 下面からの熱流 ⇒ 赤道超回転
    - 対流による加熱 ⇒ 赤道で発散流 ⇒ ロスビー波を高緯度に 射出 ⇒ 赤道超回転
  - ジェットの幅は変形半径程度, 逆カスケードは生じていない



#### • Schneider and Liu (2009)



#### 浅いモデル ~ まとめ

#### • 回転球面順圧系

- Rhiens 効果で縞状パターンは生成されない
- 赤道での流れの向きが確率的
- 回転球面浅水系
  - 表面変位場での散逸 ⇒ 赤道加速状態の形成
  - 縞状パターンが長時間維持されるかはまだ不明
- 回転球面多層系
  - 赤道加速状態の形成機構
     ⇒赤道からのロスビー波の射出
    - 浅水系での表面変位場 (温度場) の選択的散逸ではない
  - 縞状パターン形成 ⇒ 差分加熱で傾圧不安定
  - 下面境界条件の取り扱いは微妙

# 深いモデル 回転球殻対流問題

#### 回転球殻対流問題~定式化

運動方程式(速度の時間変化)

$$\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \boldsymbol{u} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \alpha g T \boldsymbol{r} + \nu \nabla^2 \boldsymbol{u},$$

熱の式(温度の時間変化)

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla T = \kappa \nabla^2 T + Q,$$

● 質量保存の式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{u} = 0.$$

t:時間, u:速度, T:温度,  $\rho$ :密度, p: 圧力  $\Omega$ :自転角速度,  $\alpha$ :熱膨張率, g:重力加速度  $\nu$ :粘性率,  $\kappa$ :熱拡散率, Q:内部熱源



#### 回転球殻内の臨界熱対流

## Busse (1970) 高速回転する球 回転軸方向に一様な 運動場を仮定、摂動 計算 (テイラー・プラ ウドマンの定理) 球の中程に対流渦が

- 球の中程に対流渦が 局所的に発生
- 対流セルは prograde
   方向に伝播



## 回転球殻対流での縞状構造形成

• Busse(1976,1983)

- レイリー数大
   ⇒ 対流渦が動径方向
   に多数並ぶ
  - ⇒ 縞状パターン形成
- 平均帯状流生成
   外側球面の曲率
   ⇒ 対流セルの傾き
   ⇒ 動径方向へ運動量
   輸送



## 平均帯状流生成メカニズム



(Busse, 2002)

 外側境界の曲率 対流渦の傾き 内から外への 運動量輸送 帯状流生成

#### シマシマができた?



- Sun and Schubert (1995)
  - 高解像度・高レイリー数・低エクマン数での有限振幅 対流の時間発展数値計算
  - 縞状パターンの形成?

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

#### シマシマは消えた



赤道面温度場

回転軸方向渦度(赤道面,子午面)

平均帯状流

#### • Christensen (2002)

- 系統だった高レイリー数対流の有限振幅計算
- 縞状パターンは生成されない.
- Sun and Schubert (1995) の縞状パターンは偽り. 初期 場が残っていただけ.
- 赤道で回転と同方向(赤道加速状態)

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

**薄くするとシマシマできる**?

- Heimpel and Aurnou (2007)
  - 薄い球殻
  - 1/8 セクター 計算
  - 超粘性の計算
  - 低エクマン数・ 高レイリー数 計算



#### 帯状流分布

- 赤道付近:強い東風(赤道加速) ⇐ レイノルズ応力による運動量輸送
- ullet 中高緯度:縞状パターンの形成  $\Leftarrow$  2 次元 eta 面乱流 + ラインズ効果?

## 2 次元 $\beta$ 面乱流問題

• ベータ面モデル(ポテンシャル渦度保存則)

$$\frac{\partial}{\partial t}\nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta(y) \frac{\partial \psi}{\partial x} = F - D.$$

- 回転球殻内の 2 次元流 ~ 地形性  $\beta$  効果:  $\beta(y) = -(1/H)(dH/dy)$   $\frac{dH}{dy} < 0$   $\frac{dH}{dy} > 0$ y
- cf. 回転球面 2 次元流 ~ 惑星ベータ効果  $\beta = (df/dy) = (2\Omega/a) \cos \varphi$

 $\beta > 0$ 

 $\beta < 0$ 

#### 高緯度縞状構造の説明

- Heimpel and Aurnou (2007)
  - 高緯度:回転系の熱対流 ⇒ 2 次元的な小スケールの渦
     生成 ⇒ 逆カスケード ⇒ ラインズ効果で帯状構造



#### ラインズスケールとジェット幅の比較

#### ここで疑問...

- Heimpel and Aurnou (2007) は高緯度シマシマを2
   次元 β 面強制乱流の結果だと解釈している
- しかしわれわれは Obuse et al. (2010) を知っている.

長時間積分するとシマシマは消える

 Heimpel and Aurnou (2007)の計算も,長時間積分 すればシマシマは消えるんでないの?

そこで…

薄い球殻対流計算をもっと長くやってみよう. 1/8 セクターはやめよう.全球計算.

(共同研究者: 佐々木洋平, 石岡圭一, 中島健介, 林祥介)

- 全球計算 HA2007 は 1/8 セクター計算
- 長時間計算(現状 12800 回転 = 0.2 粘性拡散時間) HA2007 は 1600 回転 = 0.024 粘性拡散時間)
   パラメータ設定
- プランドル数: Pr = <sup>ν</sup>/<sub>κ</sub> = 0.1
  修正レイリー数: Ra\* = <sup>αg<sub>o</sub>ΔT</sup>/<sub>Ω<sup>2</sup>D</sub> = 0.05
  エクマン数: Ek = <sup>ν</sup>/<sub>ΩD<sup>2</sup></sub> = 3 × 10<sup>-6</sup>
  球殻の内径外径比: η = <sup>r<sub>i</sub></sup>/<sub>r<sub>o</sub></sub> = 0.85
  境界条件: 応力無し条件, 温度固定

#### 数値解法

- 空間微分: スペクトル法
  - 速度をトロイダル・ポロイダルポテンシャルで表現
  - 水平方向は球面調和関数,動径方向はチェビシェフ多 項式で展開
  - 切断波数:水平 341,鉛直 48 (格子点数:経度 1024,緯 度 512,鉛直 65)
- 時間積分:
  - 拡散項は Crank-Nicolson 法, それ以外は2次の Adams-Bashforth 法
  - 次式の超粘性を使用

$$\nu = \left\{ \begin{array}{ll} \nu_0, & \text{for } l \leq l_0, \\ \nu [1 + \varepsilon (l - l_0)^2], & \text{for } l > l_0. \end{array} \right.$$

 本研究: l<sub>0</sub> = 21, 42, 85, 170, ε = 10<sup>-2</sup>. (段階的に超粘 性の波数を大きくした)

#### 全球長時間積分



#### 全球長時間積分

#### •もっと積分時間を延ばすと…

• 次第に中高緯度のシマシマの数が減っていく



42 / 58

## やっぱりシマシマは消えた!

lon-velocity



帯状平均角運動量の時間変化と最終状態の東西流分布

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

東西・回転軸方向平均角運動量輸送



 ● 負の角運動量外側へ輸送 ⇒ ロスビー波の外側伝播 ⇒ 中高緯度を加速, 接円筒附近を減速

#### まとめ

- 木星・土星の縞状構造を説明できる決定的な流体 モデルはまだない
  - これまでの計算結果は時間積分が足りていなかった。
     過渡的状態での縞状構造
  - 長時間積分すると縞状構造が消える.
- なぜ縞状構造が消えていくのか?
  - 浅いモデル (順圧):まだ良く分かっていない
  - 深いモデル:ロスビー波による加速?
- 縞状構造を説明できる新たなモデルの提案が必要

謝辞 回転球殻対流計算は海洋研究開発機構の地球シミュレータを使用しました.

#### 参考文献

Busse, F. H., 1970 : Thermal instabilities in rapidly rotating systems. J. Fluid Mech., 44, 441-460.

Busse, F. H., 1976 : A simple model of convection in the Jovian atmosphere. Icarus, 29, 255-260.

Busse, F. H., 1983 : A model of mean zonal flows in the major planets. Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 23, 153–174.

Busse, F. H., 2002 : Convective flows in rapidly rotating spheres and their dynamo action. Phys. Fluids, 14, 1301–1314.

Christensen, U.R., 2002 : Zonal flow driven by strongly supercritical convection in rotating spherical shells. J. Fluid Mech., 470, 115 133.

Guillot, T., 2005 : The interiors of giant planets: Models and outstanding questions. Ann. Rev. Earth Planet. Sci., 33, 493–530.

Heimpel, M., Aurnou, J., 2007 : Turbulent convection in rapidly rotating spherical shells: A model for equatorial and high latitude jets on Jupiter and Saturn. Icarus, 187, 540–557.

Lian, Y. Showman, A. P., 2010 : Generation of equatorial jets by large-scale latent heating on the giant planets. Icarus, 207, 373–393.

Liu, J., Schneider, T., 2010 : Mechanisms of jet formation on the giant planets. J. Atmos. Sci., 67, 3652–3672. Nozawa, T., Yoden, S., 1997 : Formation of zonal band structure in forced two-dimensional turbulence on a rotating sphere. Phys. Fluids, 9, 2081 2093.

Obuse, K, Takehiro, S., Yamada, M., 2010 : Long-time asymptotic states of forced two-dimensional barotropic incompressible flows on a rotating sphere. Phys. Fluids, 22, 056601.

Pedlosky, J., 1987 : Geophysical Fluid dynamics, Springer-Verlag.

Pirraglia, J. A., 1984 : Meridional energy balance of Jupiter. Icarus, 59, 169-76.

Saito, I., Ishioka, K., 2014 : Mechanism for the formation of equatorial superrotation in forced 2 shallow-water turbulence with Newtonian cooling. J. Atmos. Sci., in press.

Scott, R. K., Polvani, L. M., 2007: Forced-dissipative shallow-water turbulence on the sphere and the atmospheric circulation of the giant planets. J. Atmos. Sci., 64, 3158–3176.

Scott, R. K., Polvani, L. M., 2008 : Equatorial superrotation in shallow water atmospheres. Geophys. Res. Lett., 35, L24202.

Schneider, T., Liu, J., 2009 : Formation of jets and equatorial superrotation on Jupiter. J. Atmos. Sci., 66, 579–601.

Sukoriansky, S., Galperin, B., Dikovskaya, N., 2002 : Universal spectrum of two-dimensional turbulence on a rotating sphere and some basic features of atmospheric circulation on giant planets. Phys. Rev. Lett., 89, 124501-1–4.

Sun, Z.-P., Schubert, G., 1995 : Numerical simulations of thermal convection in a rotating spherical fluid shell at high Taylor and Rayleigh numbers. Phys. Fluids, 7, 2686–2699.

Williams, G. P., 1978: Planetary circulations: I. Barotropic representation of Jovian and terrestrial turbulence. J. Atmos. Sci., 35, 1399–1426.





2次元 β 平面では?

- 球面上の(中緯度)一点を中心とした接平面
- コリオリパラメターの緯度微分 (β) の効果
- 支配方程式は2次元渦度方程式(ポテンシャル渦度保存則)

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{u} \cdot \nabla \end{pmatrix} q = 0, \ q = \nabla^2 \psi + f_0 + \beta y,$$

$$\psi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi + J(\psi, \nabla^2 \psi) + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0.$$

#### エネルギーの逆カスケード

• エネルギー・エンストロフィー保存  

$$E = \int \hat{E}(k) dk = \text{const.}, \quad Z = \int k^2 \hat{E}(k) dk = \text{const.}$$

• エネルギーの中心波数 :  $k_e = (1/E) \int k \hat{E}(k) dk$ 

• スペクトルの広がり:
$$I = \int (k - k_e)^2 \hat{E}(k) dk = Z - k_e^2 E$$

• スペクトルが広がると仮定すると
$$\frac{dI}{dt} > 0, \quad \frac{dk_e^2}{dt} = -\frac{1}{E}\frac{dI}{dt} < 0.$$

#### 2 次元順圧系

エネルギーは低波数側へカスケードする.

竹広 真一 (京大数理研)

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

2016年2月17日 49/58

ラインズスケール・波数

Rhines (1975)

#### • 非線形項と線形項が同程度となるスケール $L_{\beta}$ : ラインズスケール

$$J(\psi, \nabla^2 \psi) \sim \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \Rightarrow L_\beta = \sqrt{\frac{U}{\beta}}.$$

U:特徴的な速度スケール



流れ関数

- $L > L_{\beta} : \beta$  項卓越  $\Rightarrow$  ロスビー波的
- $L > L_{\beta}$ : 非線形項卓越  $\Rightarrow$  乱流的, 逆カスケード
- $L = L_{\beta}$  で逆カスケード止まる  $\Rightarrow$  帯状構造の出現

#### 帯状構造の出現

 β 項のスケーリング: x 方向の長さスケールで  $J(\psi, \nabla^2 \psi) \sim \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} \Rightarrow \frac{|\psi|^2}{L^4} \sim \beta \frac{\psi}{L_\pi} \Rightarrow \frac{U}{\beta} \sim \frac{L^3}{L_\pi}.$ 

- $L_x$  大きければ逆カスケード可能  $\Rightarrow$   $L_x \rightarrow \infty$
- 波数で表せば

$$|\mathbf{k}|^4 |\psi|^2 \sim \beta k_x |\psi|$$
  
$$\Rightarrow |\mathbf{k}_\beta|^2 = \frac{\beta}{U} \cos \phi$$



- 2 次元エネルギースペクトルの 時間変化
- cf. Vallis and Martlud (1993)
   ダンベル領域を避けて逆カスケード

竹広 真一 (京大数理研)

#### 帯状構造の出現

- Pedlosky(1987)
  - ロスビー波の3波共鳴⇒振動数高いのが不安定⇒振動数低いロスビー波へ⇒帯状的

$$\omega = \frac{\beta k}{k^2 + l^2}, \quad \omega \to 0, \ k^2 + l^2 = \text{const.} \Rightarrow k \to 0.$$

• Vallis and Maltrud(1993)

- 非等方的ラインズ波数: k=0 軸には逆カスケード可能
- ロスビー波の振動数~乱流の振動数
- ダンベル領域を避けて逆カスケード



#### エネルギースペクトルの時間変化

木星型惑星の縞状構造と赤道ジェット

# おまけ 回転球殻対流問題 – 太陽の差分回転?

#### 太陽シミュレーション



#### • Glatzmaier (1987)

- 太陽対流層の数値シミュレーション (内外のおおきな 密度差、磁場の効果)
- 回転軸方向に一様な帯状流分布
- 表面東西風は観測とあっているように見えた、が・・・

#### 日震学~太陽内部が明らかに



#### 最近の太陽シミュレーション

- 対流層下面境界にエントロピー勾配
  - 誘起される子午面循環
  - 角運動量分布を軸対称からゆがめる



(Miesch et al. 2006)

#### 粘性が強いレジーム?



Glatzmaier, G. A., 1987 : A review of what numerical simulations tell us about the internal rotation of the Sun. in The Internal Solar Angular Velocity, eds by Durney B. R., Sofia, S., Astrophysics and Space Science Library, 137, 263–274.

Miesch, M. S., Brun A. S., Toomre, J., 2006 : Solar differential rotation influenced by latitudinal entropy variations in the tachocline. Astrophys. J., 641, 618625

Takehiro, S., Sasaki, Y., Hayashi, Y.-Y., Yamada, M., 2013 : Differential rotation and angular momentum transport caused by thermal convection in a rotating spherical shell. Progress in Physics of the Sun and Stars: A New Era in Helio- and Asteroseismology, ASP Conference Series, Vol. 479, 285–294. H. Shibahashi and A. E. Lynas-Gray, eds.

Thompson, M. J., et al., 1996 : Differential rotation and dynamics of the solar interior. Science, 272, 13001305