Mitchell and Vallis (2010) 数値実験設定

竹広 真一

2025/12/29

この文章は GCM を用いての惑星パラメター変更実験を行った Mitchell and Vallis (2010) の数値実験設定について記述する.

1　放射平衡温度

地表面での温度分布を

$$T_o(\varphi) = \bar{T}\left[1 + \frac{\Delta_H}{3}(1 - \sin^2\varphi)\right] \tag{1}$$

と与える. ここで φ は緯度, $\bar{T}$ は全球平均地表面温度である.

鉛直温度構造は, 湿潤断熱減率を意識して, 温度傾度 $\Gamma = 6$ K/Km を与える. その場合, 圧力座標では

$$\Gamma = \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial p}{\partial z}\frac{\partial T}{\partial p} = -\rho g\frac{\partial T}{\partial p} = -\frac{pg}{RT}\frac{\partial T}{\partial p}, \quad \frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial p} = -\frac{R\Gamma}{g}\frac{1}{p}, \tag{2}$$

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\kappa^*}, \quad \kappa^* = \frac{R\Gamma}{g}. \tag{3}$$

すなわち, 乾燥大気での断熱温度分布を規定する $\kappa = R/Cp$ の値を湿潤温度減率に修正したものとなっている. g/Cp が乾燥断熱温度勾配である.

温度一様な成層圏を考えるため, 全球平均温度の 70% より低くならないように設定する

成層圏温度 T_{st}	$0.7\bar{T}$
鉛直温度傾度 Γ	0.6 K km^{-1}
境界層高さ σ_b	$\sigma_b = p_b/p_s = 0.74$
放射緩和時間 (自由大気) $\tau_{rad,f}$	40 days
放射緩和時間 (境界層) $\tau_{rad,b}$	1 days
Rayleigh 摩擦緩和時間 (地表面) $\tau_{R,s}$	1 day
鉛直粘性係数 ν	0.01 m^{2}s^{-1}

表 1: 放射平衡温度, 境界層, 散逸過程に関するパラメター.

	Ra_T		
	0.02	1.3	10.6
a	6.4×10^6m	8×10^5m	2.8×10^5m
Ω	7×10^{-5} s^{-1}	-	-
$\bar{T}$	285 K	-	-
Δ_H	0.2	-	-

表 2: 数値実験パラメター.

地表面付近の境界層を, p/p_s を上端として定め, 自由大気での放射緩和時間を 40 days, 境界層内で 4 days と与える. その関数形は Held and Suarez (1994) と同じである.

2　境界層と散逸過程

境界層内では Rayleigh 摩擦が働く. その緩和時間を地表面で 1 day, 境界層の上端に向かって増大させる. 自由大気では小さな鉛直粘性のみ与え, その係数を $\nu = 0.01$ m^{2}s^{-1} とする.

格子スケールの散逸として 4 次の超粘性を導入する.

3 実験パラメター

A 質量流線関数

MV10 の Fig.2 には質量流線関数が描画されている．その計算方法は論文に記述されていないので, ここでの方法を定式化しておく．

計算したいのは, 定常状態の帯状平均質量流線関数 $\Psi(\varphi, \sigma)$ である．σ 座標系での連続の式は

$$\frac{d\pi}{dt} + \nabla\cdot_H \boldsymbol{v}_H + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0, \tag{4}$$

である．ここで $\pi = \ln p_s(\lambda, \varphi)$, 下付き添え字 H は水平成分を表す．

定常状態 $\partial/\partial t = 0$ と仮定すると[1],

$$\nabla\cdot_H (p_s \boldsymbol{v}_H) + \frac{\partial}{\partial \sigma}(p_s \dot{\sigma}) = 0.$$

帯状平均した式は

$$\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial}{\partial \varphi}(\overline{p_s v_\varphi}\cos\varphi) + \frac{\partial}{\partial \sigma}(\overline{p_s \dot{\sigma}}) = 0, \tag{5}$$

したがって, この式を満たすよう関数 $G(\varphi, \sigma)$ を次のように定義する．

$$\overline{p_s v_\varphi}\cos\varphi = \frac{\partial G}{\partial \sigma}, \quad \overline{p_s \dot{\sigma}} = -\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial G}{\partial \varphi}, \tag{6}$$

$$G(\varphi, \sigma) = \int_\sigma^0 \overline{p_s v_\varphi}\cos\varphi d\sigma = \cos\varphi \int_\sigma^0 \overline{p_s v_\varphi} d\sigma. \tag{7}$$

次元が質量フラックスになるように係数調整して[2]

$$\Psi = \frac{2\pi a}{g}G = \frac{2\pi a\cos\varphi}{g}\int_\sigma^0 \overline{p_s v_\varphi} d\sigma, \tag{8}$$

$$F_{m,\varphi} = \frac{2\pi a \overline{p_s v_\varphi}}{g} = \frac{1}{\cos\varphi}\frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}, \quad F_{m,\sigma} = \frac{2\pi a^2 \overline{p_s \dot{\sigma}}}{g} = -\frac{1}{a\cos\varphi}\frac{\partial \Psi}{\partial \varphi}. \tag{9}$$

ここで $\boldsymbol{F}_m = (0, F_{m,\varphi}, F_{m,\sigma})$ は σ 座標系での帯状積分した質量フラックスの緯度, 鉛直成分であり, $\nabla\cdot\boldsymbol{F}_m = 0$ となっている．

[1]

$$\boldsymbol{v}_H\cdot\nabla_H \ln p_s + \nabla\cdot_H \boldsymbol{v}_H + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0, \quad \boldsymbol{v}_H\cdot\nabla_H p_s + p_s\nabla\cdot_H \boldsymbol{v}_H + p_s\frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial \sigma} = 0,$$

$$\nabla\cdot_H (p_s \boldsymbol{v}_H) + \frac{\partial}{\partial \sigma}(p_s \dot{\sigma}) = 0.$$

[2]質量フラックス本来の定義から導出すると, 緯度面, 水平面を横切っての質量の時間変化 M_φ,

M_z は

$$
\begin{aligned}
M_\varphi &\equiv 2\pi a\cos\varphi\int\rho v_\varphi dz = 2\pi a\cos\varphi\int\rho v_\varphi\frac{dz}{dp}dp = 2\pi a\cos\varphi\int\frac{v_\varphi}{g}dp = 2\pi a\cos\varphi\int\frac{p_s v_\varphi}{g}d\sigma,\\
M_z &\equiv 2\pi a\int\rho w a\cos\varphi d\varphi = 2\pi a\int\rho\frac{dz}{dt}a\cos\varphi d\varphi = 2\pi a\int\rho\frac{dp}{dt}\frac{dz}{dp}a\cos\varphi d\varphi = 2\pi a\int\frac{dp}{dt}a\cos\varphi d\varphi\\
&= 2\pi a\int\frac{d}{dt}(p_s\sigma)a\cos\varphi d\varphi = 2\pi a\int p_s\dot{\sigma}a\cos\varphi d\varphi.
\end{aligned}
$$