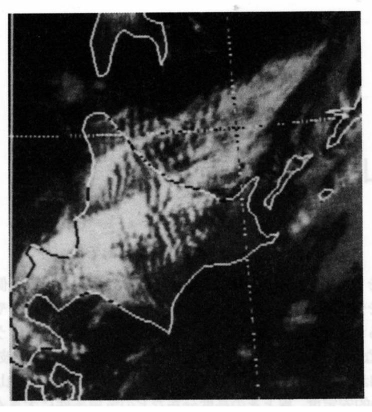
内部重力波の伝播特性に関する考察

1123430s 村上 美雪 （地球および惑星大気科学研究室）

0. はじめに

- 内部重力波とは
  - 密度成層した流体内部を浮力を復元力として伝わる波をいう。地球大気は概ね密度成層しているため、重力波はいたるところに存在している。地球大気の様々な現象に関与している。
- 内部重力波について理解することは地球大気を理解するうえでも重要

- 研究内容
  1. 線形化した流体の基礎方程式から導かれる線形波動の分類
  2. 内部重力波の反射・透過についての考察



左: 山岳波による波状雲の例 (1989年5月17日正午の「ひまわり」可視画像) (小倉 義光 1997)

1. 流体中の線形波動の分類

- 流体の基礎方程式を整理して簡単な状況を設定し、得られる波動を分類する

線形化した支配方程式

- 運動方程式
  - $\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$　　(x 方向)
  - $\rho_0 \frac{\partial w}{\partial t} + g\rho = -\frac{\partial p}{\partial z}$　(z 方向)
- 連続の式
  - $\frac{\partial \rho}{\partial t} + w\frac{d\rho_0}{dz} + \rho_0\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0$
- エントロピー保存の式
  - $\frac{\partial \eta}{\partial t} + w\frac{d\eta_0}{dz} = 0$

- wについて整理し、波動解$w = \rho_0^{-1/2}\hat{w}(k,z)e^{i(kx-\omega t)}$を仮定する

- $\hat{w}$についての式

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2} + n^2\hat{w} = 0$$

- 分散関係式

$$n^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2} - k^2 + \frac{k^2N^2}{\omega^2} - \Gamma^2$$

u: 水平速度の摂動　w: 鉛直速度の摂動
p: 圧力の摂動　　ρ: 密度の摂動
p_0: 圧力の基本場　ρ_0: 密度の基本場
k: 水平波数　n: 鉛直波数
ω: 振動数　　C_0: 音速　N: 浮力振動数
Γ: $1/_{2H}$ (Hはスケールハイト)

表: 設定する条件

	非圧縮($C_0 = \infty$)	圧縮($C_0 \neq \infty$)
均質($\Gamma = 0$)	(i) ($g = 0$)	(ii) ($g = 0$)
成層($\Gamma \neq 0$)	(iv) ($g \neq 0$)	(iii) ($g = 0$) (v) ($g \neq 0$)

(i) 均質、非圧縮、重力なし

$$n^2 = -k^2 < 0$$

➢ 外部波的（ex. 水面波）な解を持つ

(ii)均質、圧縮、重力なし

$$n^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2} - k^2 \quad \Leftrightarrow \quad \omega^2 = C_0^2(k^2 + n^2)$$

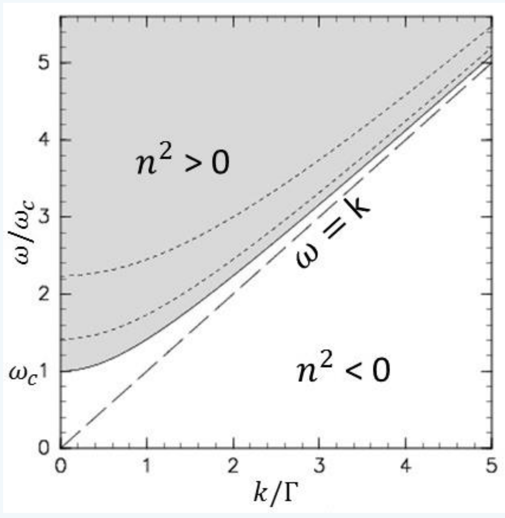
➢ 非分散的な波動(**音波**)を表す

(iii)成層、圧縮、重力なし

$$n^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2} - k^2 - \Gamma^2$$

$$\Leftrightarrow \omega_a^2 = C_0^2(k^2 + n^2 + \Gamma^2)$$

➢ 等方的に伝播する、**成層によって変化した音波**を表す。臨界振動数$\omega_c \equiv \Gamma C_0$以下の音波は遮断される。

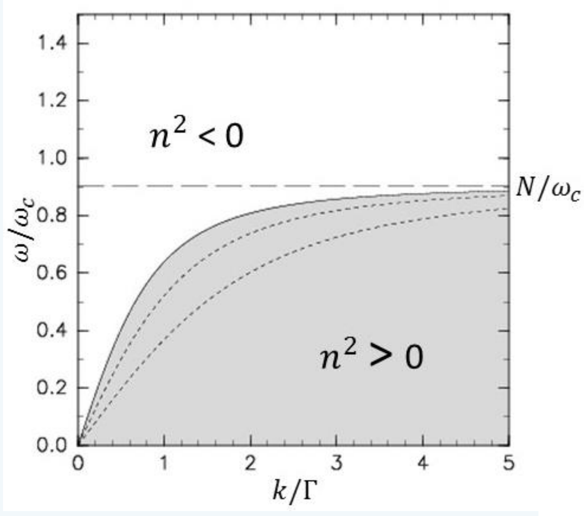


(iv)成層、非圧縮、重力あり

$$n^2 = k^2\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right) - \Gamma^2$$

$$\Leftrightarrow \omega_i^2 = \frac{k^2N^2}{k^2 + n^2 + \Gamma^2}$$

➢ 浮力振動数Nよりも小さな振動数で存在する**内部重力波**を表す。
➢ 振動数は流体の浮力振動数によって決まる。



(v)成層、圧縮、重力あり

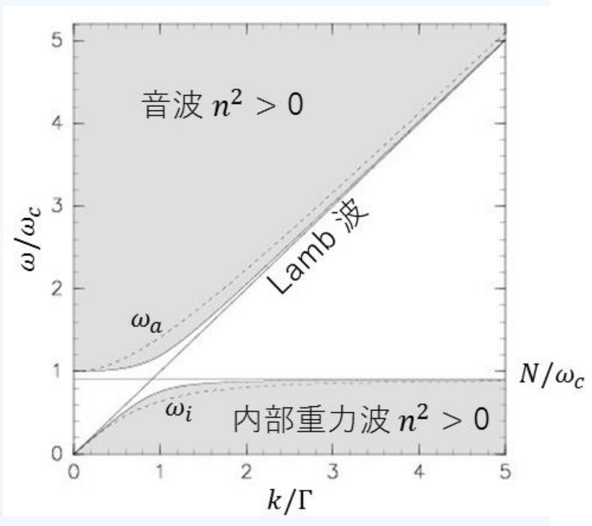
$$n^2 = \frac{\omega^2}{C_0^2} - k^2 + \frac{k^2N^2}{\omega^2} - \Gamma^2$$

ω_aとω_iを使って表すと

$$\omega^4 - \omega_a^2\omega^2 + \omega_a^2\omega_i^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \omega^2 = \omega_a^2\left[1 - \left(\frac{\omega_i}{\omega_a}\right)^2 + \cdots\right] & \text{(音波に類似)} \\ \omega^2 = \omega_i^2\left[1 + \left(\frac{\omega_i}{\omega_a}\right)^2 + \cdots\right] & \text{(内部重力波に類似)} \end{cases}$$

➢ 音波と内部重力波に似た解を持つ **acoustic gravity wave** を表す。



2. 内部重力波の反射・透過の性質

- 浮力振動数が一様でない大気での内部重力波の伝播特性を考察する
- 密度が層別に変化している二層モデルと三層モデルを仮定し、各層で波動解が内部波型の解を持つか外部波型の解を持つかで場合分けを行う

Boussinesq近似を行った支配方程式

- 運動方程式
  - $\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}\frac{p}{\rho_0}$　　(x 方向)
  - $\frac{\partial w}{\partial t} + g\rho = -\frac{\partial}{\partial z}\frac{p}{\rho_0}$　(z 方向)
- 連続の式(非圧縮を仮定)
  - $\frac{\partial \rho}{\partial t} + w\frac{d\rho_0}{dz} = 0$
  - $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

- wについて整理し、波動解$w = \hat{w}(k,z)e^{i(kx-\omega t)}$を仮定する

- $\hat{w}$についての式

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2} + n^2\hat{w} = 0$$

- 分散関係式

$$n^2 = k^2\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right)$$

- $\hat{w}$の解について、内部波型の解を仮定する場合は$n^2 = \lambda^2 (> 0)$、外部波型を仮定する場合は$n^2 = -\delta^2 (< 0)$と置く。添え字はその鉛直波数を持つ Layer を表す。
- r は Layer 1 と Layer 2 での反射係数を表す。
- 境界条件 $\hat{w}_1 = \hat{w}_2, {}^{d\hat{w}_1}/_{dz} = {}^{d\hat{w}_2}/_{dz}$ を課す

異なる層で反射が起こる条件(二層モデル)

Layer 1 は内部波型を仮定する

- Layer 2 が内部波型の場合

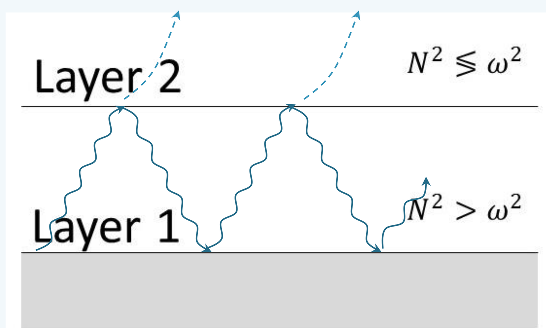
$$r = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}$$

➢ $\lambda_1 \neq \lambda_2$であれば全反射または部分反射が起こる

- Layer 2 が外部波型の場合

$$r = \left|\frac{\lambda_1 - i\delta_2}{\lambda_1 + i\delta_2}\right|^2 = 1$$

➢ 常に全反射が起こる



- 下部境界が地面ならば反射して導波管になる

異なる層で透過が起こる条件(三層モデル)

Layer 1, Layer 3 は内部波型を仮定する

- Layer 2 が内部波型の場合

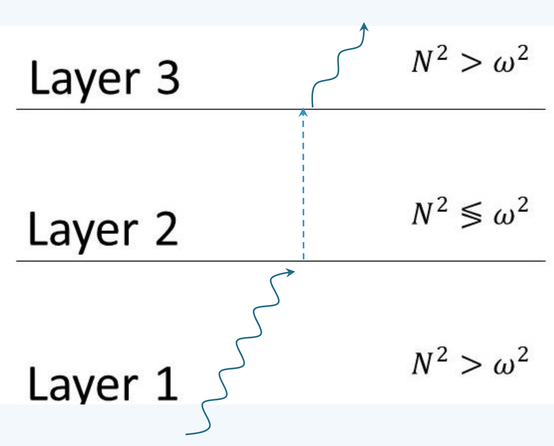
$$r = \frac{\lambda_2^2(\lambda_1 - \lambda_3)^2 - (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda_3^2 - \lambda_2^2)\sin^2\lambda_2\hat{w}}{\lambda_2^2(\lambda_1 + \lambda_3)^2 - (\lambda_2^2 - \lambda_1^2)(\lambda_3^2 - \lambda_2^2)\sin^2\lambda_2\hat{w}}$$

➢ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$がゼロでなければ部分透過が起こる

- Layer 2 が外部波型の場合

$$r = \frac{\delta_2^2(\lambda_1 - \lambda_3)^2 + (\delta_2^2 + \lambda_1^2)(\lambda_3^2 + \delta_2^2)\sinh^2\lambda_2\hat{w}}{\delta_2^2(\lambda_1 + \lambda_3)^2 + (\delta_2^2 + \lambda_1^2)(\lambda_3^2 + \delta_2^2)\sinh^2\lambda_2\hat{w}}$$

➢ $\lambda_1, \delta_2, \lambda_3$がゼロでなければ部分透過が起こる



- いずれの場合も特別な場合を除いて Layer 2 を透過する

3. まとめ

- 流体中の線形波動は、外部波、音波(通常の音波と成層によって変化した音波)、内部重力波、acoustic gravity wave に分類することができた
- 浮力振動数が非一様な大気において、条件によっては
  - 大気層が導波管の役割をはたすことがある
  - 波が外部波型となる層があっても透過が起こる

ことがわかった

参考文献

- 田中浩, 1975: **大気中の内部重力波**, 気象研究ノート第126号, 日本気象学会.
- 小倉義光, 1997: **メソ気象の基礎理論**, 東京大学出版会.