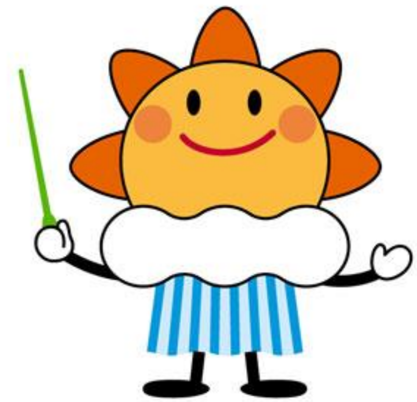
地球惑星科学II
第8回

2022年12月08日

今日のテーマ

- 天気予報はどのように作られているのか？
- 数値予報とは？

http://www.asahi.com

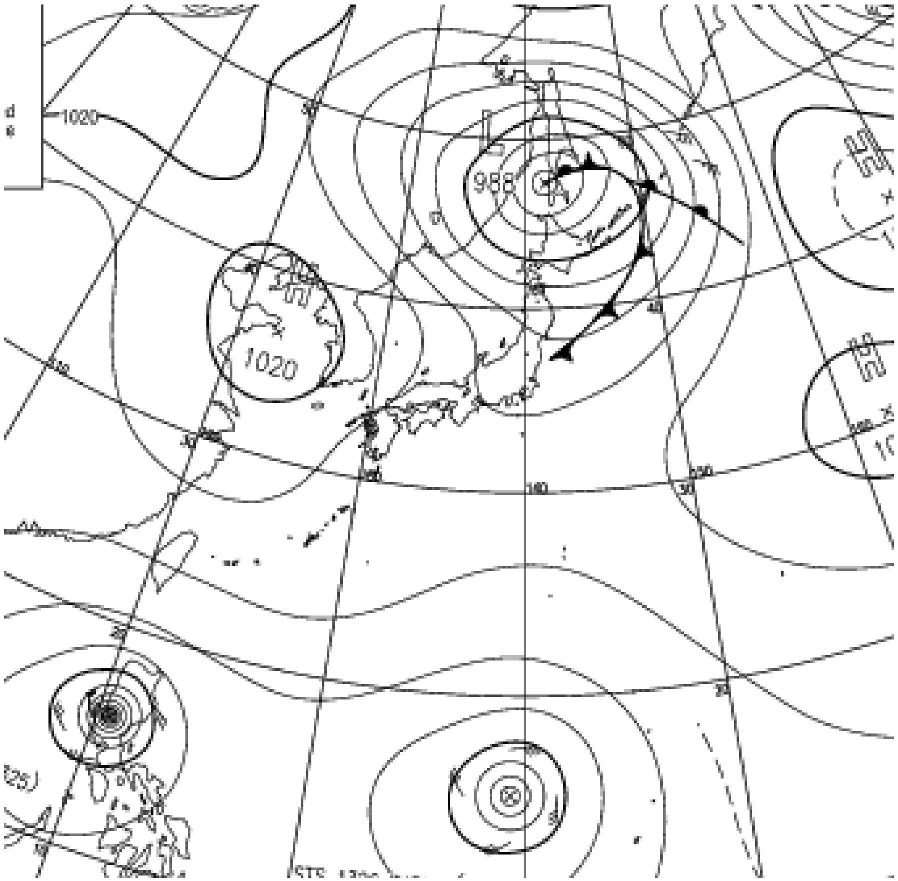


http://www.jma.go.jp/jma/kishou/info/harerun.html

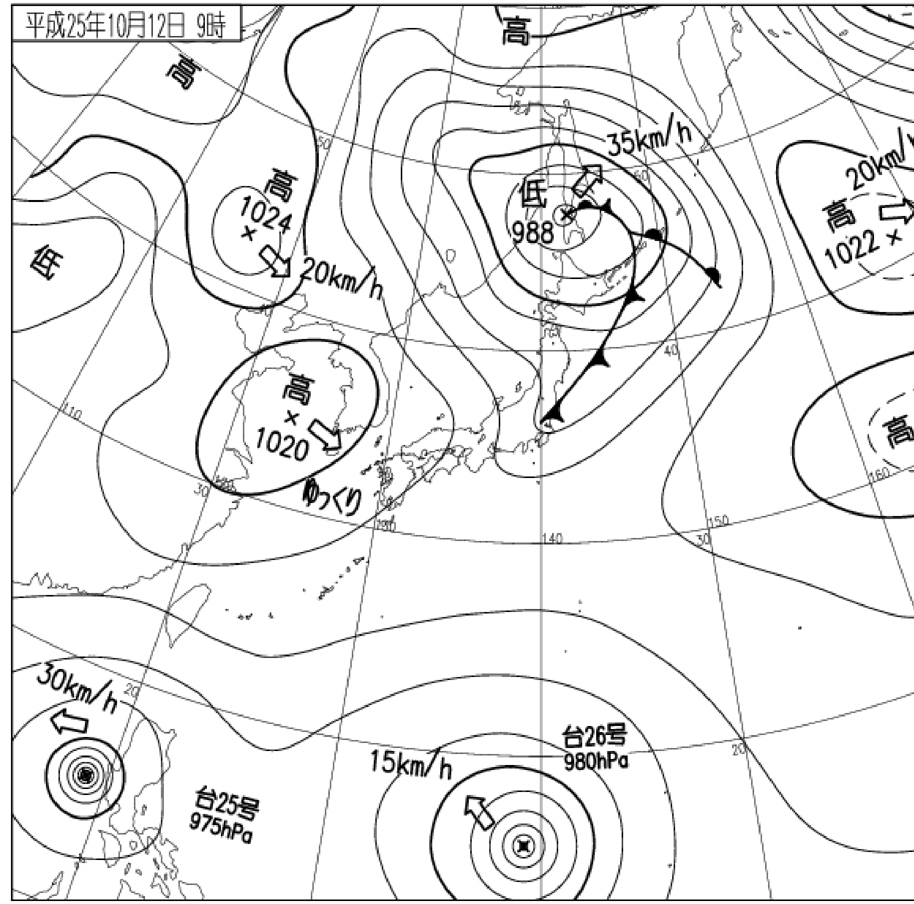
- 今日のミニレポート課題
  - 「数値天気予報で使われる大気大循環モデルの不確定性を減らすためにはどのようなことをすれば良いか？」

天気予報の1例

予報天気図



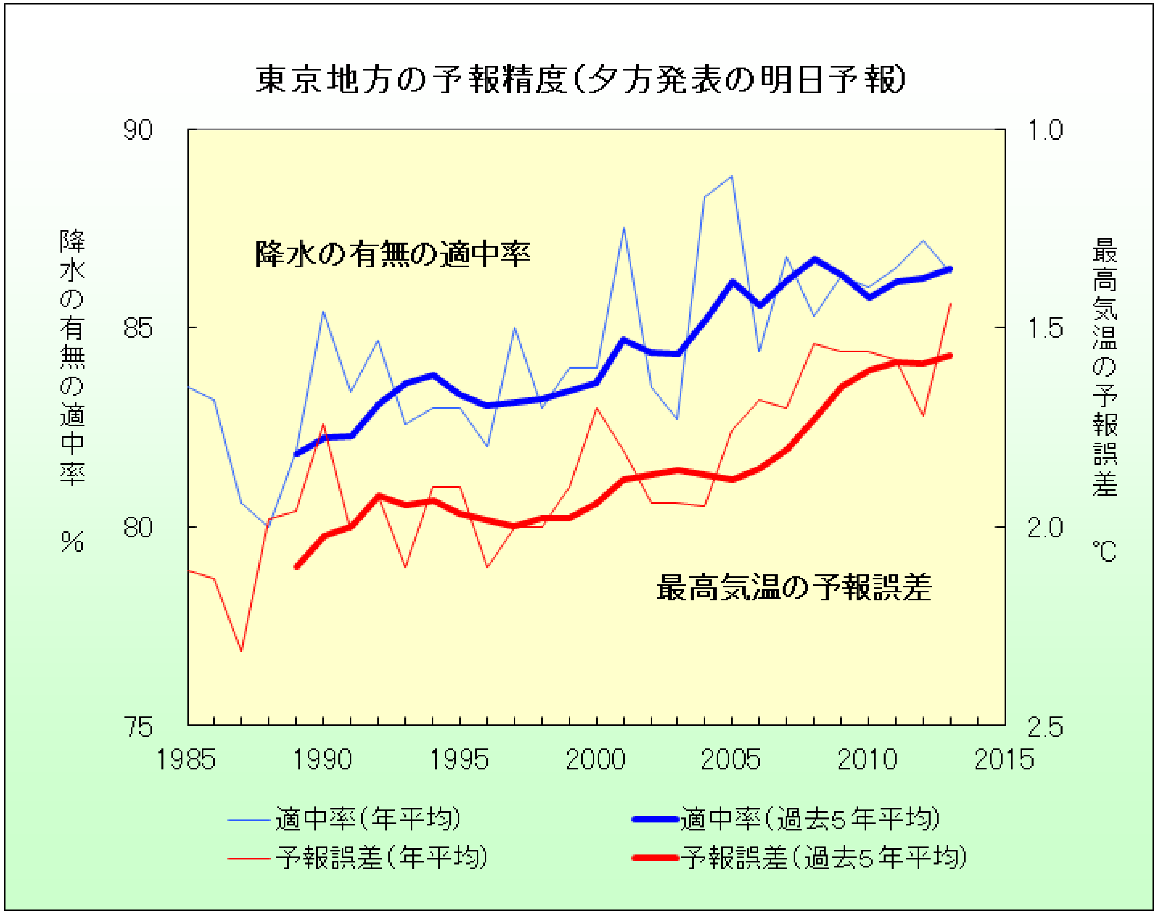
実況天気図



気象庁ホームページ(http://www.jma.go.jp/jp/g3/wc24h.html)

予報の精度

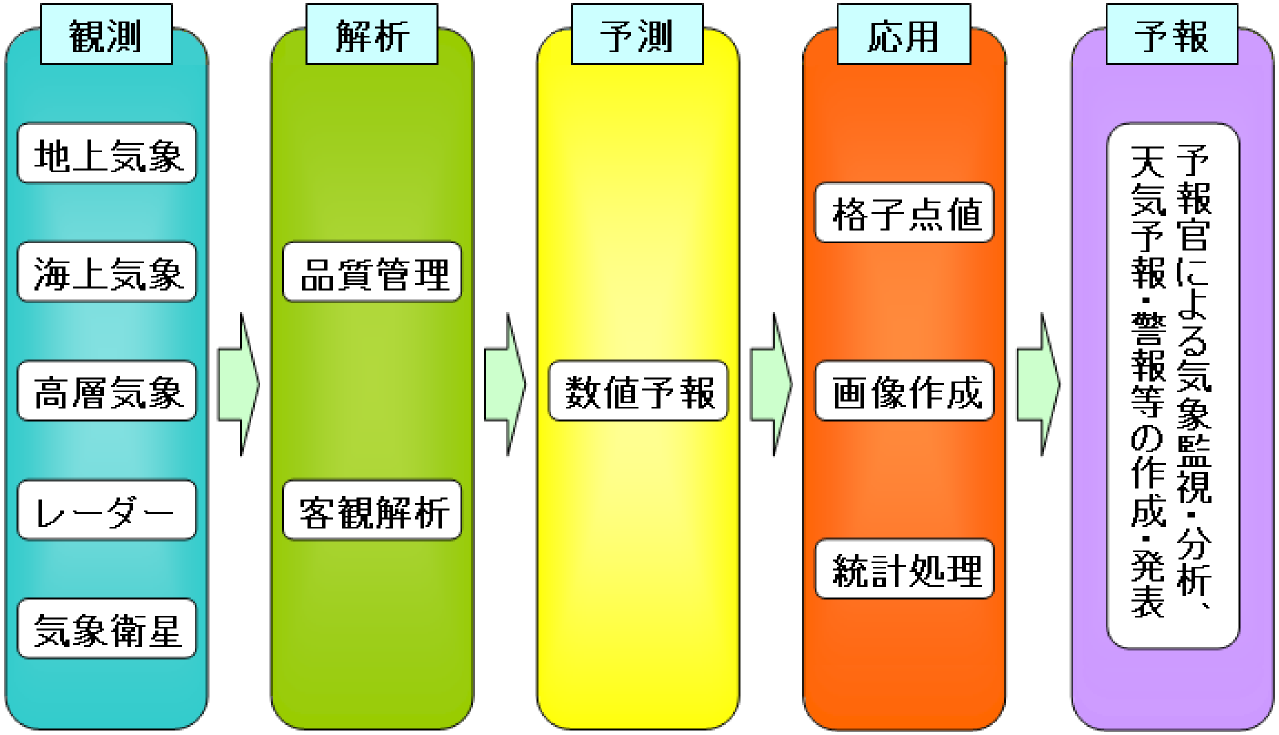
- 精度は年々向上。短期予報はかなり良くあたっている

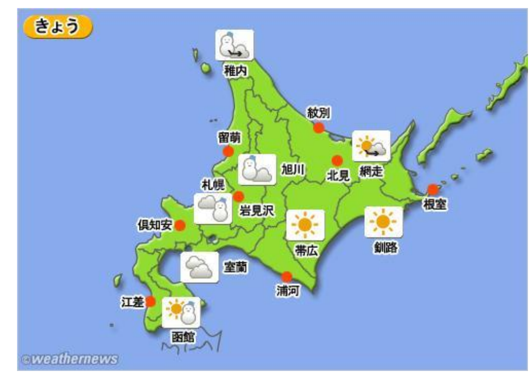


http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

天気予報の手順

- 複数段階の作業がある



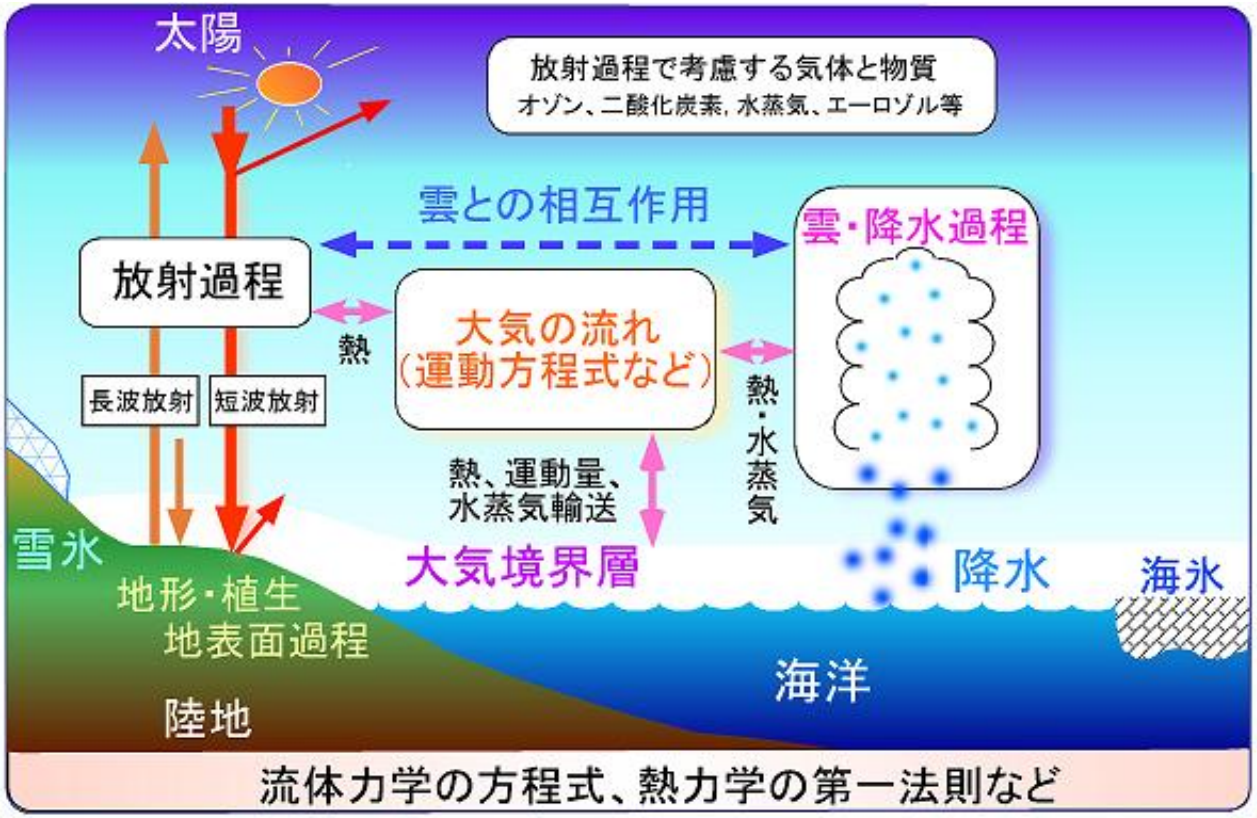


http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

http://www.asahi.com

数値予報

- 複数過程を考慮して計算機で大気状態を求める
- 気象庁では、局地モデル、メソモデル、全球モデル（大気大循環モデル）などを用いた複数の数値予報を実施



http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

基礎方程式

運動方程式

$$\frac{du}{dt} - \left(f + \frac{u \tan\varphi}{a}\right) v = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{a \cos\varphi \partial\lambda} + \boldsymbol{F_\lambda}$$

$$\frac{dv}{dt} + \left(f + \frac{u \tan\varphi}{a}\right) u = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{a \partial\varphi} + \boldsymbol{F_\varphi}$$

静水圧の式

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g$$

質量保存則

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\left[\frac{1}{a\cos\varphi}\left\{\frac{\partial u}{\partial\lambda} + \frac{\partial(v\cos\varphi)}{\partial\varphi}\right\} + \frac{\partial w}{\partial z}\right] = 0$$

熱力学第1法則

$$C_v\frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho^2}\frac{d\rho}{dt} = \boldsymbol{Q}$$

水蒸気の式

$$\frac{dq}{dt} = \boldsymbol{S}$$

状態方程式

$$p = \rho RT$$

数値計算の原理

- 求めるものは温度・風速等の空間分布・時間変化
- そのためには、微分方程式を解く

$$\frac{du}{dt} = \cdots \xrightarrow{\text{tで積分}} u(x,y,z,t)$$

- 微分法方程式はどのように解くか？
  - 例題

$$\frac{du}{dt} = -au^2$$

手計算で解く場合

$$\int_{u_0}^{u} \frac{1}{-au^2} du = \int_0^t dt$$

$$\left[\frac{1}{au}\right]_{u_0}^{u} = [t]_0^t$$

$$\frac{1}{au} - \frac{1}{au_0} = t$$

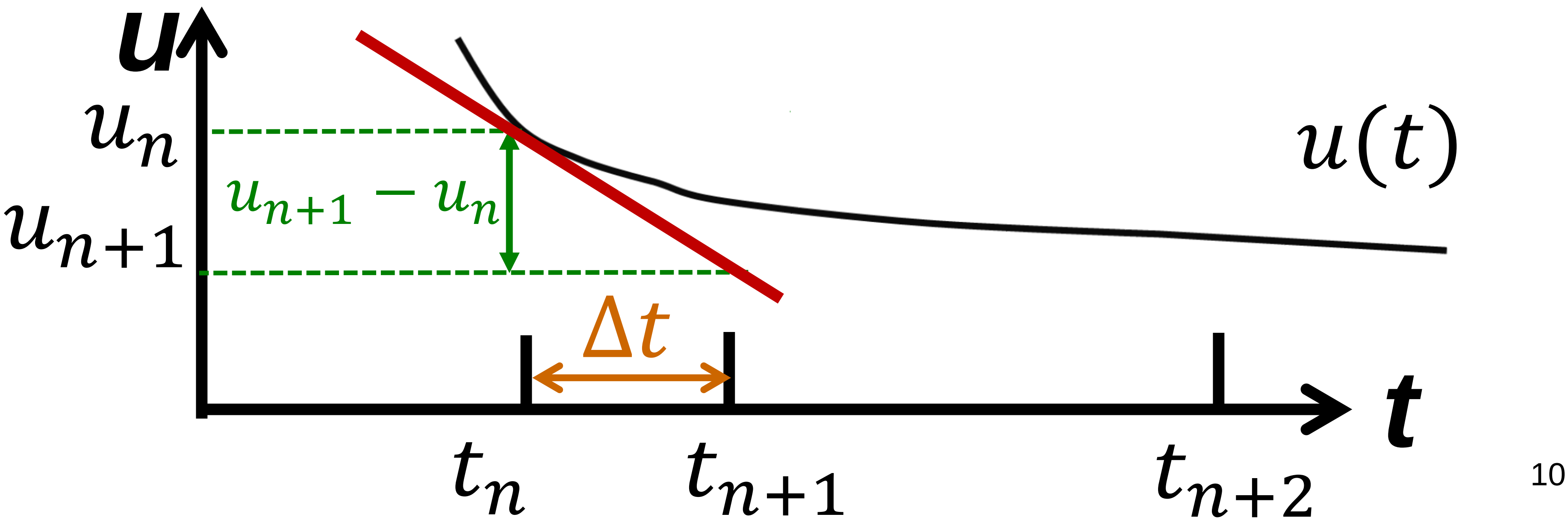
$$u = \frac{u_0}{1 + au_0 t}$$

計算機における時間積分

- 離散的な時刻のみを考える(差分化)
- 各時刻における時間変化率の値を使った「外挿」の繰り返し計算
- 具体例

傾きは-au²

$$\frac{du}{dt} = -au^2 \Rightarrow \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} = -a(u_n)^2$$



今日の計算問題

- 差分式を用いた計算
  - 解く式は

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} = -a(u_n)^2, \qquad a = 1.0$$

  - 次の場合で、$t = 0.2$までのuの時間変化を求めよ

$$\Delta t = 0.1, \qquad u_0 = 1.0$$

- ここでは正確な数値を計算してください

計算問題の解答例

- もとの方程式

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} = -(u_n)^2, \Delta t = 0.1, u_0 = 1.0$$

- Un+1について解くと

$$u_{n+1} = u_n - \Delta t (u_n)^2$$

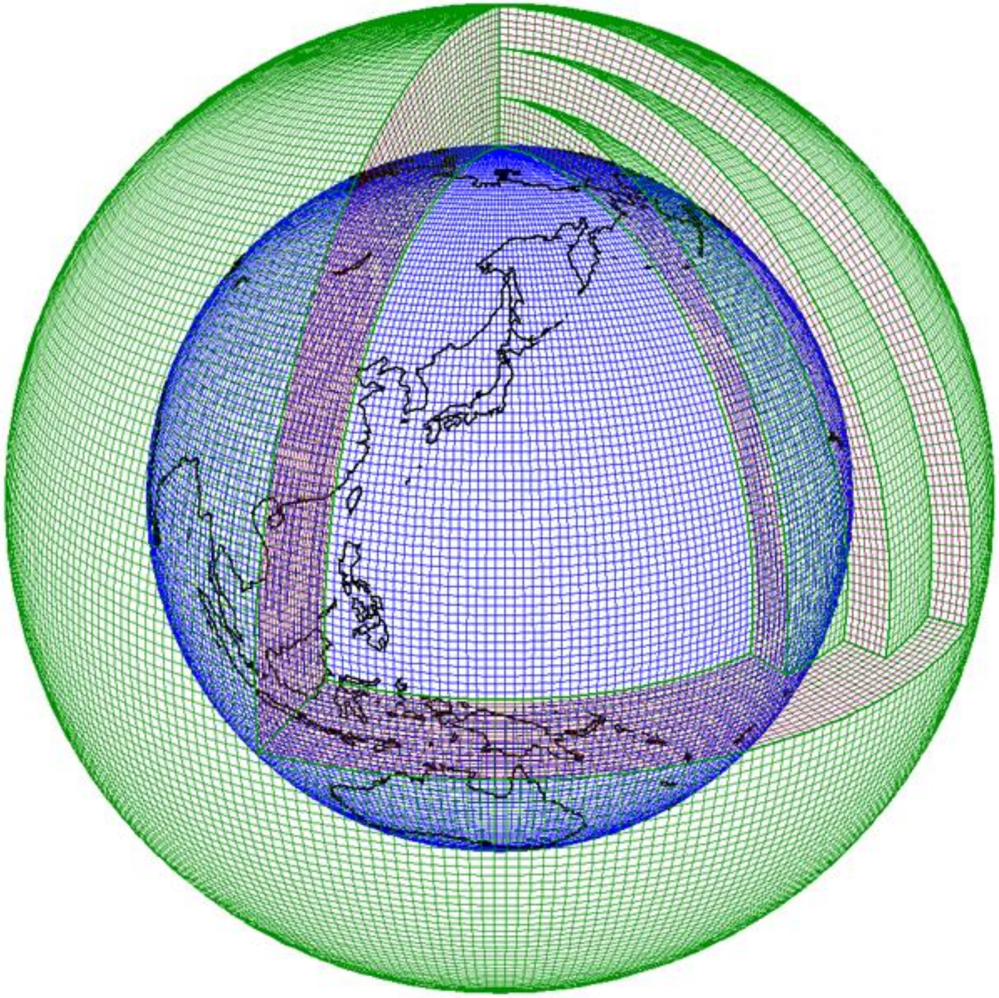
- n=1, n=2 の場合を順次計算する

$$u_1 = u_0 - \Delta t (u_0)^2 = 1.0 - 0.1 \times (1.0)^2 = 0.9$$
$$u_2 = u_1 - \Delta t (u_1)^2 = 0.9 - 0.1 \times (0.9)^2 = 0.819$$

- ちなみに解析解は 0.8333….

空間差分化

- **球殻領域を格子点で覆う**

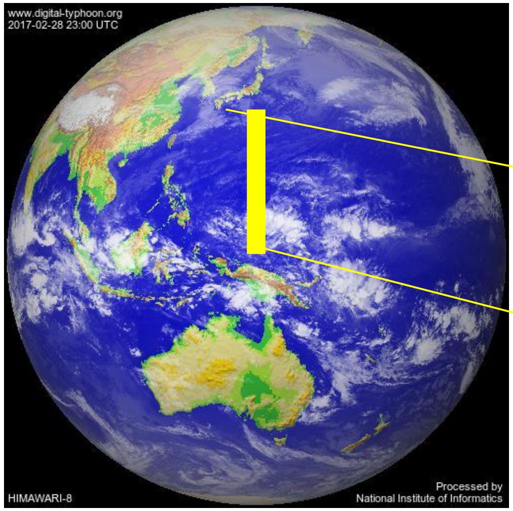


http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

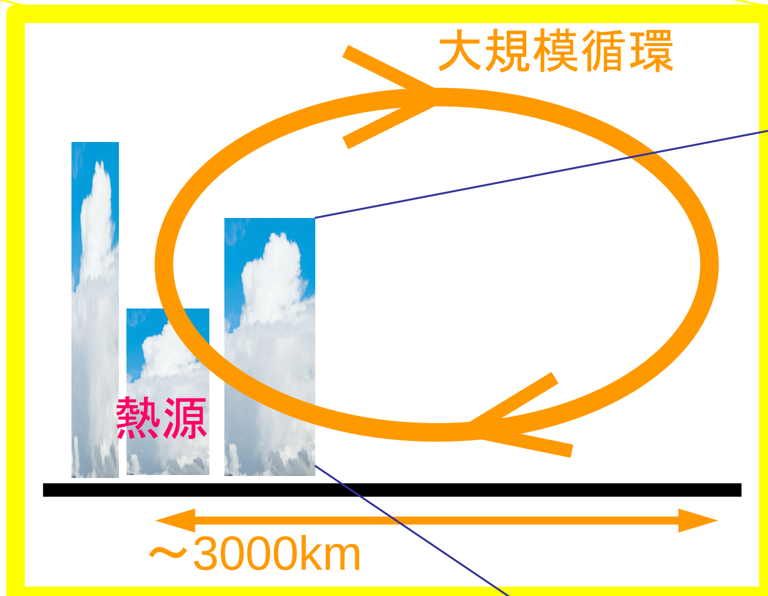
小スケール過程の例：雲過程

$$C_v \frac{dT}{dt} - \frac{p}{\rho^2}\frac{d\rho}{dt} = \mathbf{Q}$$

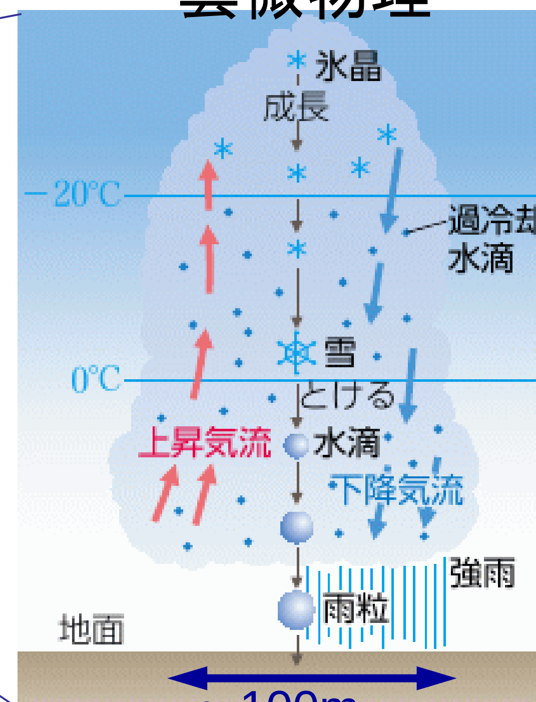
温度変化　　熱源



http://agora.ex.nii.ac.jp/digital-typhoon/



雲微物理



- 非常に小さなスケールの雲過程が大規模循環に影響

地学図表p.173

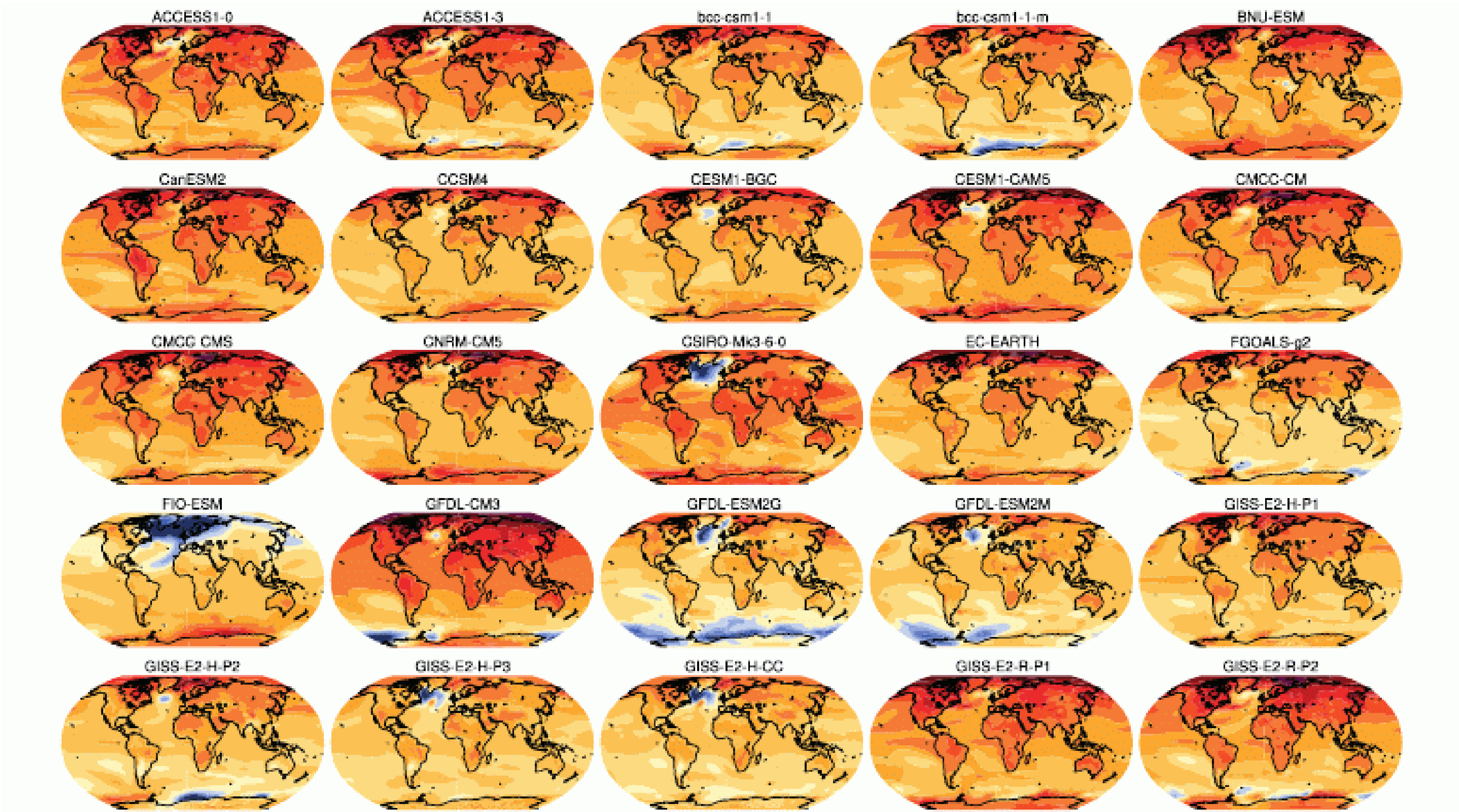
パラメタリゼーション

- 個々の雲のスケールは格子点間隔より小さい
  - 個々の雲は直接モデルで表現できない
- そこで雲の効果を格子点値のみで表現する
  - 理論や観測結果を駆使する

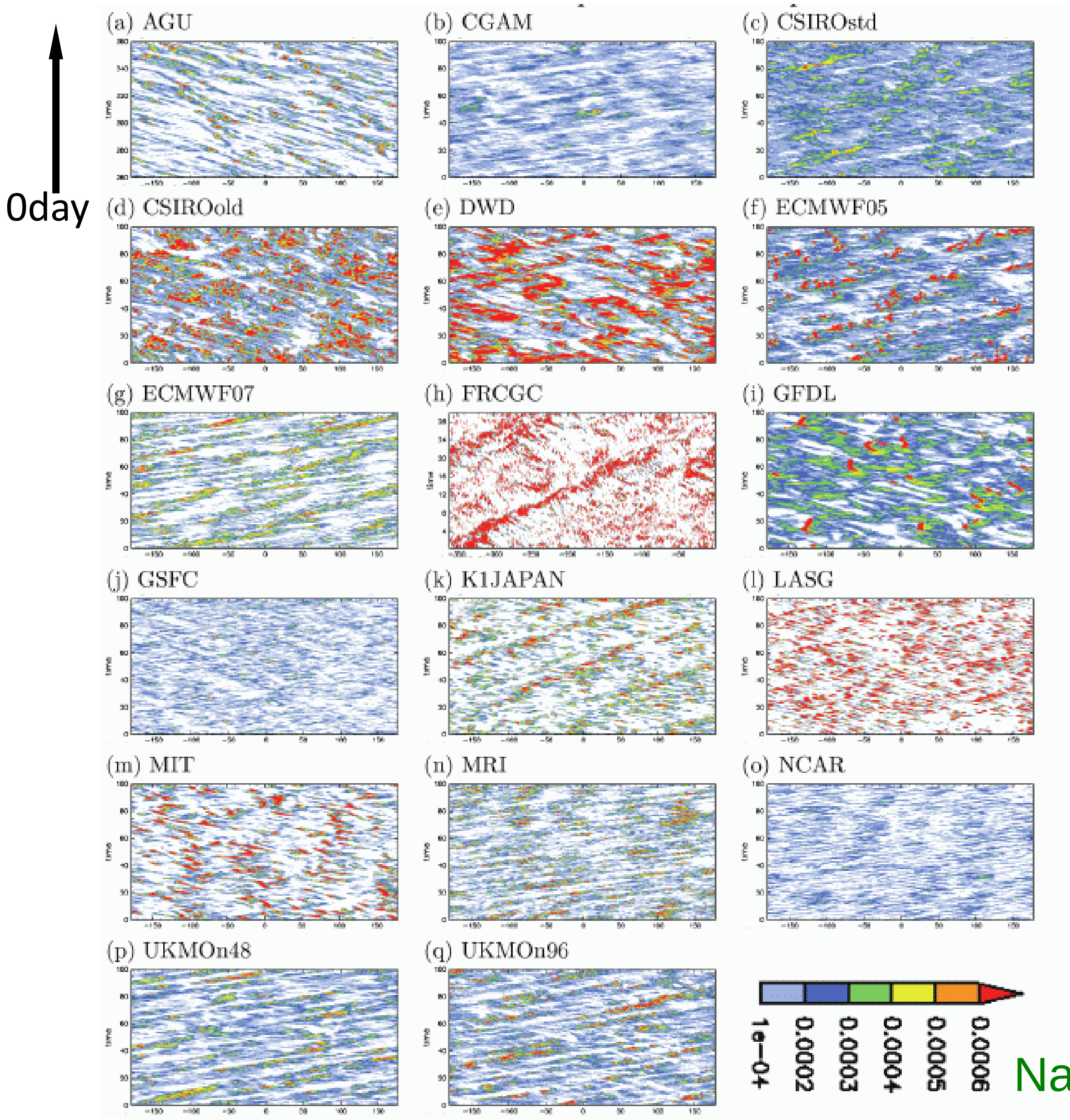
大気大循環モデルの不確定性の例(1)

温暖化予測実験:年平均気温の変化量
RCP4.5 2081-2100

IPCC(2013)



大気大循環モデルの不確定性の例(2)



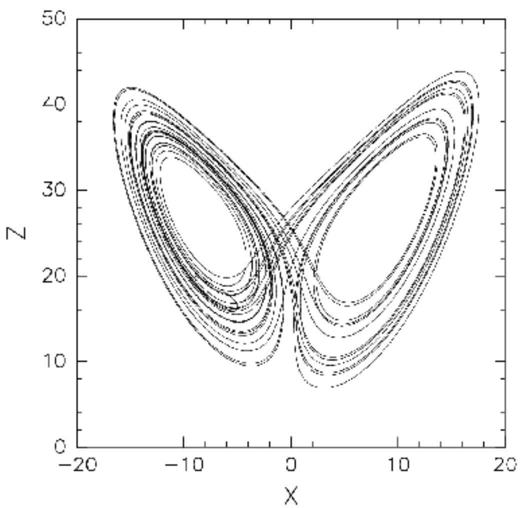
- **表面全部海の場合**
- **赤道上の降水の時間変化**

Nakajima et al. (2013)

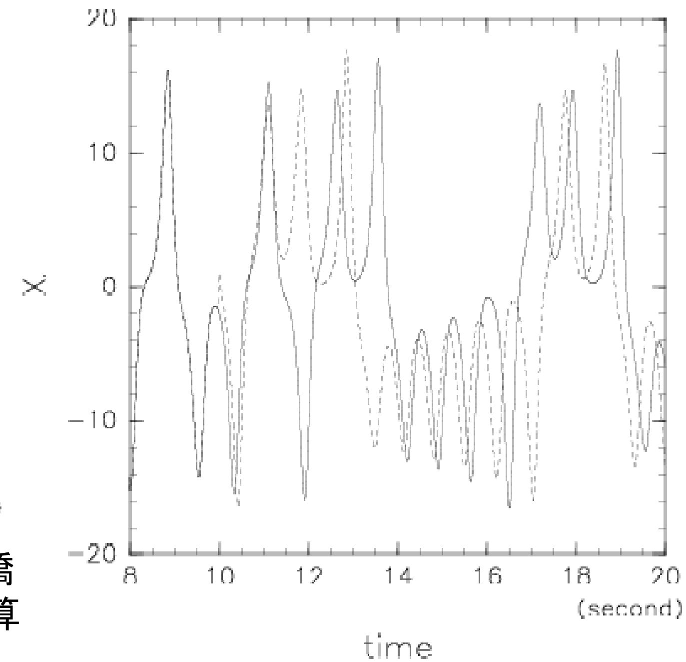
長期天気予報は原理的に不可能

- 流体系では「カオス」が発生
  - 初期値におけるわずかなズレが大きく成長
  - 例：ローレンツカオス

$$\frac{dX}{dt} = \sigma(Y - X),$$
$$\frac{dY}{dt} = rX - Y - XZ,$$
$$\frac{dZ}{dt} = XY - bZ$$



宇宙理学専攻・村橋究理基君による計算



- 数値予報は2週間程度までと言われている（温暖化実験は平均的状態を求めるもの）

今日のミニレポート

- 大気大循環モデルの不確定性を減らすためにはどのようなことをすれば良いか？
  - どのような不確定性を減らすか？具体的に何をするか？その理由は？
  - 自由な発想でいろいろ考えをめぐらせてください。（そもそもこの問題で本当に有効なアイディアを出せたらそれだけで論文が書けます）
  - 字数制限あり(500字程度)