

Part 6 台風予測に適した データ同化手法

このPartの内容

- データ同化：数値モデル結果（背景値）と観測値を組み合わせた同化結果を作る
- まずは時間変化がない問題を考える。
 - 1つの物理量がモデルによって得られ、それに対応する観測値が得られた
 - 2つの物理量がモデルによって得られ、そのうち1つに対応する観測が得られた
- 線形・正規分布の仮定
⇒ 原理的には4D-VarとEnKFは同じ解を与える。
⇒ 解の解釈：観測値の情報が物理場の不安定モードと組み合わされて同化結果を生む
- 伊藤のデータ同化研究(海面過程最適化、Hybrid化)

1つ目の問題について考える 質問 「現在の気温は何°Cですか？」

21°Cくらいでは
ないでしょうか？

観測さん $21.0 \pm 2.0^{\circ}\text{C}$

モデルさん $24.0 \pm 5.0^{\circ}\text{C}$

24°Cぐらいじゃ
ないですか？？？

観測とモデル結果の両方に誤差がある。

⇒そもそもここで出てきた ± 2.0 や ± 5.0 の意味は？

誤差とは何か？

↓より正確にはモデル空間の真の状態

- 不可知な真の気温 T_t が存在すると仮定
- モデルに基づく気温 T_b との差を $\varepsilon_b = T_b - T_t$
- 観測された気温 T_o との差を $\varepsilon_o = T_o - T_t$
- ε_b や ε_o を誤差と呼ぶが、これらは不可知。
- 全く同じ状況で複数回観測できたとすると、観測誤差の標準偏差 σ_o を推定できる。

$$\sigma_o^2 = \langle \varepsilon_o^2 \rangle \quad (<> \text{は期待値})$$

- 同様にアンサンブルシミュレーションなどにより σ_b を推定することもできる。
- σ_b^2 は背景誤差分散、 σ_o^2 は観測誤差分散、 σ_b (σ_o) は背景(観測)誤差標準偏差(単に誤差とも)

同化結果とは何か？

以下の条件を満たすものを**同化結果(解析)**とする

(1) モデル結果と観測の線形和

(2) (1)のうち誤差標準偏差が最も小さいもの

$$T_a = (1 - \alpha)T_b + \alpha T_o = T_b + \alpha(T_o - T_b)$$

↓ 両辺から T_t を引く。

$$\begin{aligned} T_a - T_t &= (1 - \alpha)(T_b - T_t) + \alpha(T_o - T_t) \\ &= \varepsilon_a \\ &\quad = \varepsilon_b \\ &\quad = \varepsilon_o \end{aligned}$$

↓ 2乗して期待値をとる。

$$\begin{aligned} \langle \varepsilon_a^2 \rangle &= (1 - \alpha)^2 \langle \varepsilon_b^2 \rangle + \alpha^2 \langle \varepsilon_o^2 \rangle + 2\alpha(1 - \alpha) \langle \varepsilon_o \varepsilon_b \rangle \\ &= \sigma_a^2 \\ &\quad = \sigma_b^2 \\ &\quad = \sigma_o^2 \end{aligned}$$

観測誤差とモデル結果の誤差が無相関なら0

同化結果 : $T_a = (1 - \alpha)T_b + \alpha T_o$

同化結果の誤差標準偏差 : $\sigma_a^2 = (1 - \alpha)^2 \sigma_b^2 + \alpha^2 \sigma_o^2$

σ_a が最小となる条件を探索

$$\rightarrow \frac{d\sigma_a^2}{d\alpha} = 2(1 - \alpha)\sigma_b^2 + 2\alpha\sigma_o^2 = 0$$

$$\alpha = \frac{\sigma_b^2}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2}$$

モデルさん : $24.0 \pm 5.0^\circ\text{C}$

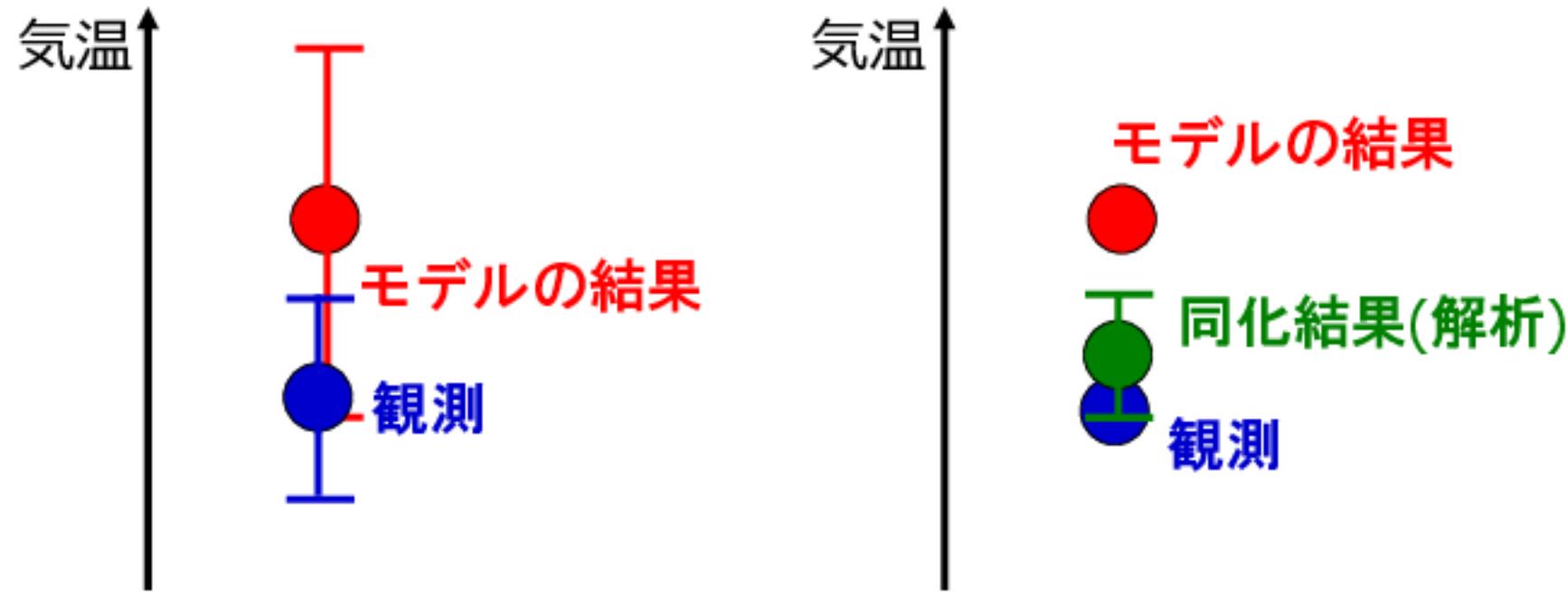
観測さん : $21.0 \pm 2.0^\circ\text{C}$

$$\alpha = \sigma_b^2 / (\sigma_o^2 + \sigma_b^2) = 5.0^2 / (2.0^2 + 5.0^2) = 0.86$$

同化さん : $0.14 \times 24.0 + 0.86 \times 21.0 = 21.4^\circ\text{C}$

誤差標準偏差 $\sigma_a = 1.9^\circ\text{C}$ 。 すなわち $21.4 \pm 1.9^\circ\text{C}$

観測 + モデル結果 ⇒ 同化結果(解析)



- 観測の誤差標準偏差 σ_o とモデルの誤差標準偏差 σ_b に応じて、重み付けを行う。
- 誤差標準偏差が小さいほうに近い値になる。
- 解析誤差標準偏差 σ_a は、 σ_o や σ_b よりも小さい。

$$\text{同化結果 } T_a = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2} T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2} T_o \text{ の別の解釈}$$

評価関数と呼ばれる以下の関数 J を定義し、これが最小となる T を同化結果(解析) $T = T_a$ とする。

$$J(T) = \frac{(T - T_b)^2}{2\sigma_b^2} + \frac{(T - T_o)^2}{2\sigma_o^2}$$

モデル結果の
同化結果からの
離れ具合
観測値の
同化結果からの
離れ具合

$$\frac{dJ}{dT} = \frac{T - T_b}{\sigma_b^2} + \frac{T - T_o}{\sigma_o^2} = 0 \rightarrow T_a = \frac{\sigma_o^2}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2} T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_o^2 + \sigma_b^2} T_o$$

原理に帰る：ベイズの定理

条件付確率(世界をyに限定したときのxの確率)

$$p(x, y) = p(x|y)p(y) = p(y|x)p(x)$$

$$\rightarrow p(x|y) = \frac{p(y|x)}{p(y)} p(x)$$

事後確率 尤度 事前確率

- ある推定に基づく確率(事前確率) $p(x)$ が、情報追加により確率が更新されて、新しい確率(事後確率) $p(x|y)$ になることを表す。
- 10頭立ての競馬で言うと、何の情報もなかったら、ある馬Aが1着になる確率(事前確率)は $1/10$ と推定されるが、馬Aに武豊が乗ることが分かったら、過去の武豊の勝率からして(尤度；過去のデータに基づく想定)、1着になる確率は高くなる(事後確率)。

ベイズの定理：確率密度関数から評価関数へ

- 目的：モデル結果により確率密度関数が事前に推定された物理量 x について、観測値の確率密度関数が得られたという条件を付けて、どの x で確率密度関数が最大になるかを求める。

$$P(x_o | x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_o^2}} \exp\left(-\frac{(x - x_o)^2}{2\sigma_o^2}\right)$$

尤度：物理量が x だった際に x_o が観測された割合
(を模した確率のモデル化)

$$P(x | x_o) = \frac{P(x_o | x)}{P(x_o)} P(x)$$

事後確率

事前確率：観測入手前に想定した確率

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \exp\left(-\frac{(x - x_b)^2}{2\sigma_b^2}\right)$$

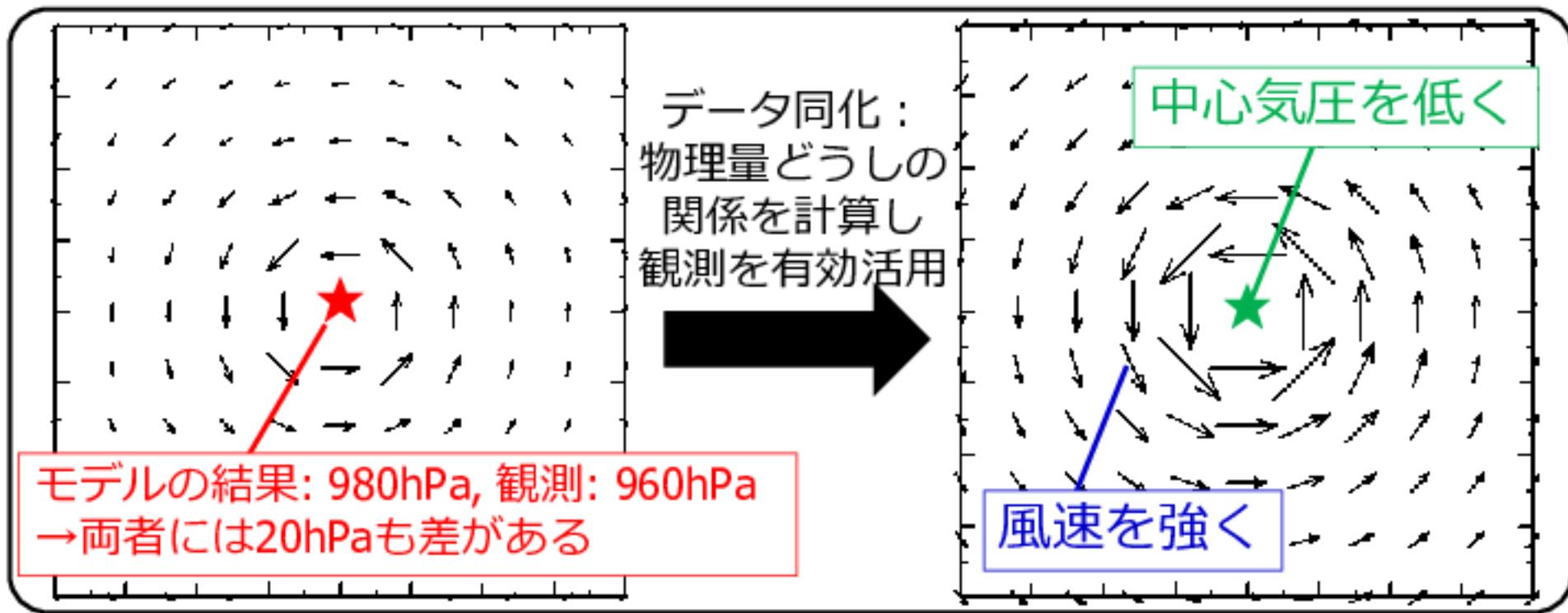
x がどの値のときに確率が最大になるかに興味があるので x の関数でない $p(x_o)$ は無視する。

$$P(x | x_o) \propto \exp\left(-\frac{(x - x_b)^2}{2\sigma_b^2} - \frac{(x - x_o)^2}{2\sigma_o^2}\right)$$

評価関数の最大化は、観測が得られた後の事後確率を最大(最頻値探索)を意味する

複数の物理量がモデルで得られ観測が1つ

- 台風の中心気圧の観測が得られたとする
→中心気圧の修正で終わるのはもったいない
- 中心気圧が低いとき風速は強い⇒風速も同時修正
- 共分散の情報と観測データを組み合わせることで、直接観測されていない物理量でも改善できる。



簡単のため2変数で考えよう

- 台風における中心気圧 p と最大風速 v の2変数があり、中心気圧のみ観測されたとする。
 - 中心気圧の背景誤差分散 $\sigma_{p,b}^2$
 - 最大風速の背景誤差分散 $\sigma_{v,b}^2$
 - 中心気圧と最大風速の背景誤差共分散 $r_{pv}\sigma_{p,b}\sigma_{v,b}$
 - 中心気圧の観測誤差分散 $\sigma_{p,o}^2$
- 同化結果(解析)は「モデル結果と観測結果の線形和」かつ「 $\sigma_{p,a}^2 + \sigma_{v,a}^2$ を最小にするもの」と仮定。

$$\begin{pmatrix} p_a \\ v_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_b \\ v_b \end{pmatrix} + K \left((p_o) - \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_b \\ v_b \end{pmatrix} \right)$$

観測行列H

モデル結果が2変数、観測値が1変数なので、観測行列を導入して引き算可能にしている

同化結果(解析)

- 教科書2.1節の導出に従うと

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \sigma_{p,b}^2 & r_{pv}\sigma_{p,b}\sigma_{v,b} \\ r_{pv}\sigma_{p,b}\sigma_{v,b} & \sigma_{v,b}^2 \end{pmatrix}, \mathbf{R} = \begin{pmatrix} \sigma_{p,o}^2 \end{pmatrix}, \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{として}$$

最適な重み

$$\mathbf{K} = \mathbf{BH}^T \left(\mathbf{R} + \mathbf{HBH}^T \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_{p,b}^2 / (\sigma_{p,b}^2 + \sigma_{p,o}^2) \\ r_{pv}\sigma_{p,b}\sigma_{v,b} / (\sigma_{p,b}^2 + \sigma_{p,o}^2) \end{pmatrix}$$

が $\sigma_{p,a}^2 + \sigma_{v,a}^2$ の最小値を与える「重み」となる。

- 陽に書くと
- $$\begin{cases} p_a = p_b + \frac{\sigma_{p,b}^2}{\sigma_{p,b}^2 + \sigma_{p,o}^2} (p_o - p_b) \\ v_a = v_b + \frac{r_{pv}\sigma_{p,b}\sigma_{v,b}}{\sigma_{p,b}^2 + \sigma_{p,o}^2} (p_o - p_b) \end{cases}$$
- 観測値 p_o と
相関を使い
 v を更新

比較：1変数の場合と多変数の場合

- 1変数の場合

$$x_a = x_b + \sigma_b^2 \left(\sigma_o^2 + \sigma_b^2 \right)^{-1} (x_o - x_b)$$

- 多変数の場合

モデル変数の数 = 格子点数 × 物理量の数
(複数の変数をまとめてベクトルで書く)

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \boxed{\mathbf{B}\mathbf{H}^T \left(\mathbf{R} + \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T \right)^{-1}} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b)$$

=K

観測値ベクトルは
yと書くことが多いの
で以後それにならう

評価関数を用いた解釈

- 以下の評価関数を最小化する解**x**を考える

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mathbf{Hx})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{Hx})$$

- 実はこの解も

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{BH}^T (\mathbf{R} + \mathbf{HBH}^T)^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{Hx}_b)$$

を与える(証明は2.2.1節; $\partial J / \partial \mathbf{x} = \mathbf{0}$ から導く)。

モデル変数の時間発展を考える

- ・ モデル変数が以下の式に従って時間変化するとする。
(ここでは下付き文字の0やtは時間を表す)

$$\mathbf{x}_t = M(\mathbf{x}_0)$$

- ・ モデル変数の誤差 $\boldsymbol{\epsilon}_b$ の時間発展は

$$\mathbf{x}_t + \boldsymbol{\epsilon}_{b,t} = M(\mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\epsilon}_{b,0})$$

から上の式を引き算して、テイラー展開を使うと

$$\boldsymbol{\epsilon}_{b,t} = M(\mathbf{x}_0 + \boldsymbol{\epsilon}_{b,0}) - M(\mathbf{x}_0) \approx \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}_0} \boldsymbol{\epsilon}_{b,0}$$

- ・ $\mathbf{M} \equiv \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}_0}$ は接線形モデル(状態遷移行列)と呼ばれる。

背景誤差共分散の時間発展

- 誤差の時間発展は $\boldsymbol{\varepsilon}_{b,t} \cong \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}_0} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0} = \mathbf{M} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0}$
 - 背景誤差共分散は
- $\mathbf{B}_0 = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0}^T \rangle$
- 2変数のときの誤差の時間発展が
 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \sigma_{p,b}^2 & r_{pv} \sigma_{p,b} \sigma_{v,b} \\ r_{pv} \sigma_{p,b} \sigma_{v,b} & \sigma_{v,b}^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle \varepsilon_p^2 \rangle & \langle \varepsilon_p \varepsilon_v \rangle \\ \langle \varepsilon_p \varepsilon_v \rangle & \langle \varepsilon_v^2 \rangle \end{pmatrix}$
であったことを思い出そう。

$$\mathbf{B}_t = \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{b,t} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,t}^T \rangle = \langle \mathbf{M} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0}^T \mathbf{M}^T \rangle = \mathbf{M} \langle \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0} \boldsymbol{\varepsilon}_{b,0}^T \rangle \mathbf{M}^T = \mathbf{M} \mathbf{B}_0 \mathbf{M}^T$$

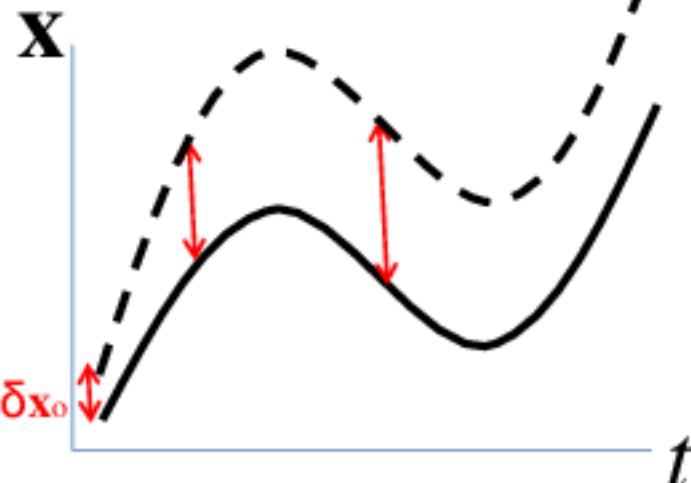
- 初期の \mathbf{B}_0 が与えれば、摂線形モデル \mathbf{M} と随伴(アジョイント)モデル \mathbf{M}^T を使って原理的には \mathbf{B}_t も計算可能となる。

非線形モデル

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -\sigma(x - y) \\ \frac{dy}{dt} &= -y - xz + rx \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = M(\mathbf{x})$$

$$\mathbf{x} \equiv (x, y, z)^T$$



接線形モデル

$$\begin{aligned}\frac{d\delta x}{dt} &= -\sigma(\delta x - \delta y) \\ \frac{d\delta y}{dt} &= -\delta y - x\delta z - z\delta x + r\delta x \\ \frac{d\delta z}{dt} &= x\delta y + y\delta x - b\delta z\end{aligned}$$

$$\frac{d\delta\mathbf{x}}{dt} \cong \frac{\partial M}{\partial \mathbf{x}} \delta\mathbf{x} = \mathbf{M} \delta\mathbf{x}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ -z + r & -1 & -x \\ y & x & -b \end{pmatrix}$$

随伴モデル

$$\begin{aligned}\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial x} \right) &= -\sigma \frac{\partial J}{\partial x} - (z - r) \frac{\partial J}{\partial y} + y \frac{\partial J}{\partial z} + F_x \\ \frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial y} \right) &= \sigma \frac{\partial J}{\partial x} - \frac{\partial J}{\partial y} + x \frac{\partial J}{\partial z} + F_y \\ \frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial z} \right) &= -x \frac{\partial J}{\partial y} - b \frac{\partial J}{\partial z} + F_z\end{aligned}$$

$$\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \right) = \mathbf{M}^T \left(\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \right) + \mathbf{F}$$

$$\mathbf{M}^T = \begin{pmatrix} -\sigma & -z + r & y \\ \sigma & -1 & x \\ 0 & -x & -b \end{pmatrix}$$

多変数かつ時間発展のある系での同化

- 導出は淡路ら(2009)などを参照。

- 1変数

$$x_a = x_b + \sigma_b^2 / (\sigma_o^2 + \sigma_b^2)^{-1} (x_o - x_b)$$

背景誤差共分散 観測誤差 観測値 モデル結果
共分散ベクトル

- 多変数(4DVarもEnKFも線形ガウスな解は同じ)

モデル変数の数 = 格子点数 × 物理量の数

複数の変数をまとめてベクトルで書くと

$$\mathbf{x}_{a,t} = \mathbf{x}_{b,t} + \mathbf{M} \mathbf{B}_0 \mathbf{M}^T \mathbf{H}^T (\mathbf{R} + \mathbf{H} \mathbf{M} \mathbf{B}_0 \mathbf{M}^T \mathbf{H}^T)^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H} \mathbf{x}_{b,t})$$

背景誤差 観測誤差 観測値 モデル結果
共分散行列 共分散行列 ベクトル

観測行列(モデル結果を観測値と比較できる変数に変換)

4次元データ同化について

- ・線形性と正規分布の仮定が成り立つ場合、カルマンフィルタも4次元変分法と同じ解。
$$\mathbf{x}_{a,t} = \mathbf{x}_{b,t} + \mathbf{MB}_0 \mathbf{M}^T \mathbf{H}^T \left(\mathbf{R} + \mathbf{HMB}_0 \mathbf{M}^T \mathbf{H}^T \right)^{-1} \left(\mathbf{y}_t - \mathbf{Hx}_{b,t} \right)$$
- ・ $\mathbf{MB}_0 \mathbf{M}^T$ の評価に関する実装が手法で異なる。

手法	\mathbf{B}_0	\mathbf{B}_0 の時間発展
4D-Var	NMC (気候値で近似)	正確
EnKF	アンサンブル近似	アンサンブル近似
Hybrid	アンサンブル近似	正確

- ・データ同化は「背景誤差分散の初期値と時間発展のモデル化」の問題とみなせる。

データ同化の解の解釈

- 線形 & 誤差が正規分布をしているとき解は

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \boxed{\mathbf{MBM}^T \mathbf{H}^T \left(\mathbf{R} + \mathbf{HMBM}^T \mathbf{H}^T \right)^{-1} \mathbf{d}}$$

である。ここで、 インクリメント($\mathbf{x}_a - \mathbf{x}_b$) イノベーション
($\mathbf{y} - \mathbf{Hx}_b$)

$$\mathbf{L} = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{HMB}^{1/2}, \mathbf{x}' = \mathbf{B}^{-1/2} \mathbf{x}, \mathbf{y}' = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{y}$$

\mathbf{L} の特異ベクトル・特異値を $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \lambda$ とすると、

$$\mathbf{x}_a' = \mathbf{x}_b' + \sum_{l=1}^m \frac{\lambda_l^2}{1 + \lambda_l^2} \frac{\mathbf{u}_l^T \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{d}}{\lambda_l} \mathbf{v}_l$$

モード

と変形することができる(Johnson et al. 2005)

データ同化の解の解釈

$$\mathbf{x}_a' = \mathbf{x}_b' + \sum_{l=1}^m \frac{\lambda_l^2}{1 + \lambda_l^2} \frac{\mathbf{u}_l^T \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{d}}{\lambda_l} \mathbf{v}_l$$

$\mathbf{u}, \mathbf{v}, \lambda$ は $\mathbf{L} = \mathbf{R}^{-1/2} \mathbf{HMB}^{1/2}$ の特異ベクトルと特異値

- $\lambda_l = 1$ に対応する $\mathbf{u}_l, \mathbf{v}_l$ はインクリメントに反映され、
 $\lambda_l < 1$ に対応する $\mathbf{u}_l, \mathbf{v}_l$ は反映されない。
 - 観測誤差共分散 \mathbf{R} が背景誤差共分散 \mathbf{B} に比べて小さければ λ が大きく、修正されるモードが多い。
 - 成長率の大きなモード (\mathbf{M} の特異値が大きい) は、インクリメントに反映されやすい。
- ⇒ 例：傾圧不安定の状況で下層渦度が観測されたら、上空に向かい西傾した渦度場修正が施される。

伊藤のこれまでのデータ同化研究： 台風予測に適した同化手法

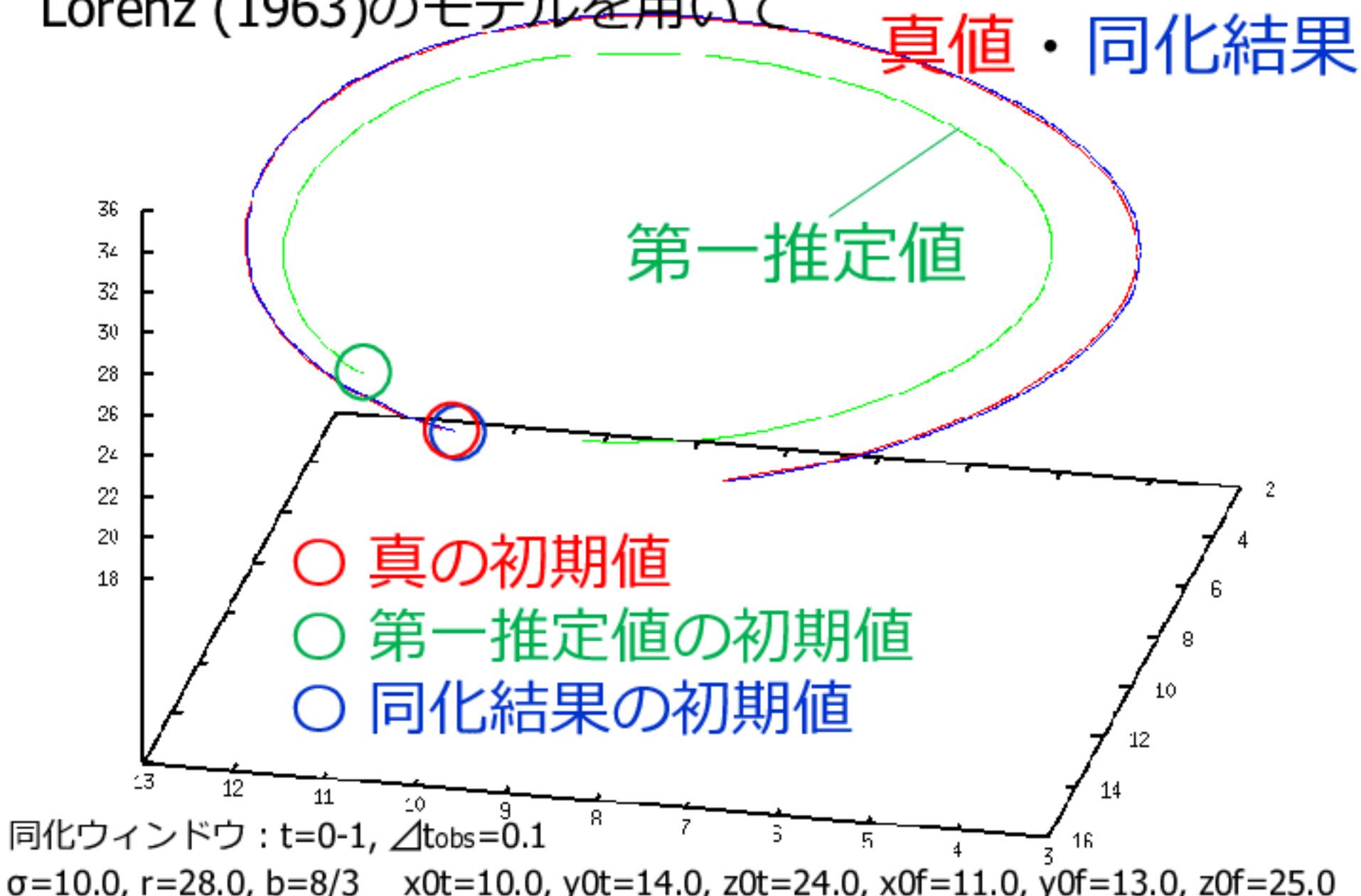
- 現実問題としては、初期値以外にも誤差があり、**B**が不完全に実装されていたりすることで最適化が不十分となっている。
- 通常のデータ同化システムでは、物理変数の最適化を行うが、これを、海面交換係数の最適化ができるシステムに拡張する。
- 通常の4次元変分法は**B₀**に気候値を用いるが、このままでは観測データに対し、温帯低気圧ライクな修正がかかる。**B₀**に台風ライクな特徴を入れられれば、観測データから多くの情報を抽出できる。

海面交換係数の最適化

固定パラメータに誤差がないとした場合の同化

Lorenz (1963)のモデルを用いて

真値・同化結果



固定パラメータに誤差を入れて初期値のみ最適化

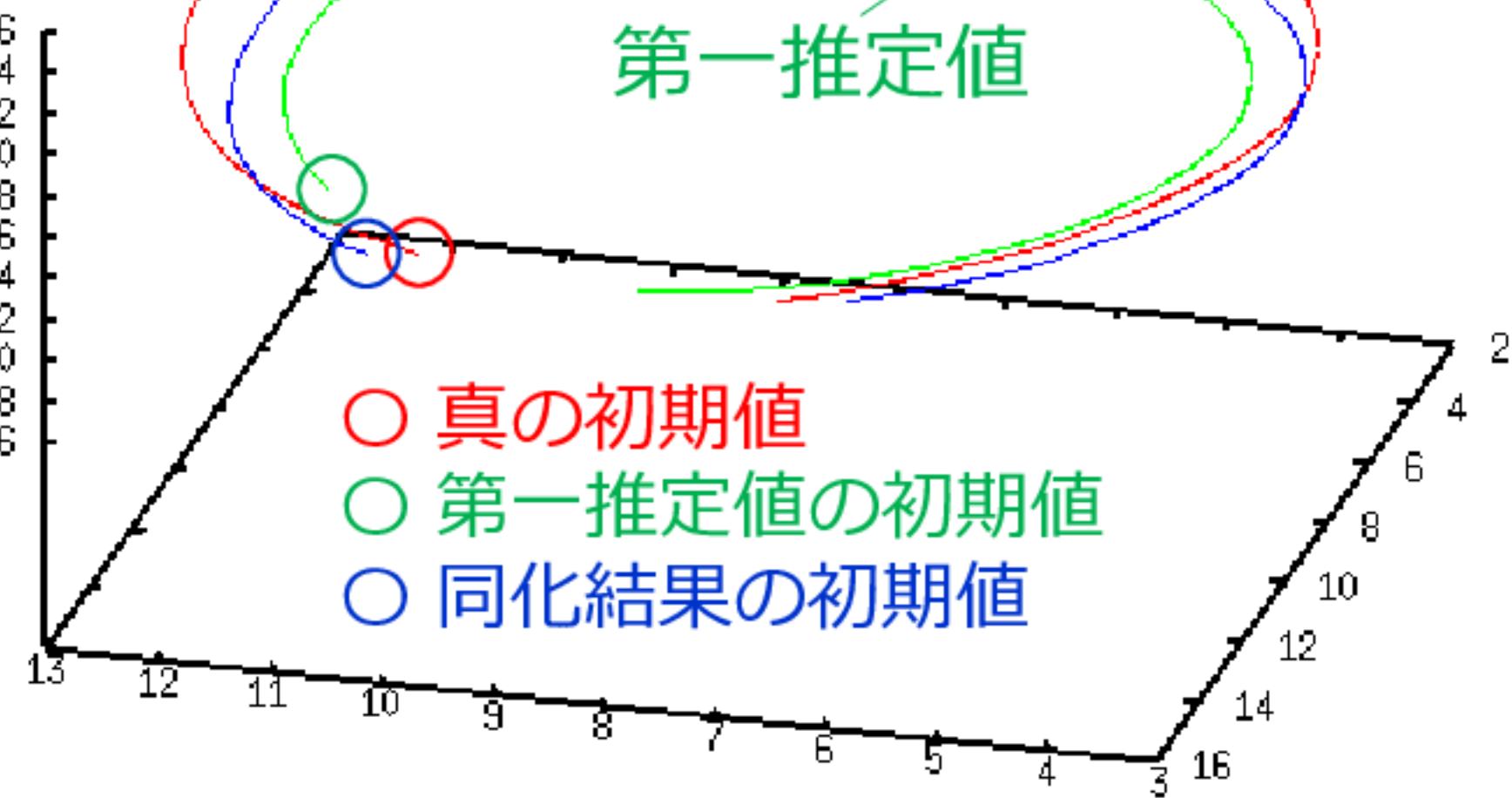
同化結果 真値

$$r_{true} = 28.0$$

$$r_b = r_{DA} = 26.0$$

第一推定値

- 真の初期値
- 第一推定値の初期値
- 同化結果の初期値



うまいかなかった

- 初期値と固定パラメータの両方に誤差があるので、初期値だけを制御してもうまいかない。
- 固定パラメータにも誤差があることをちゃんと考慮しよう。
- J を定義し直して、 $\partial J / \partial r$ を計算。

$$J = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2} \frac{(r - r_b)^2}{\alpha^2}$$
$$+ \frac{1}{2} \sum_t (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}\mathbf{x}_t)^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}_t - \mathbf{H}\mathbf{x}_t)$$

接線形モデル

$$\frac{d\delta x}{dt} = -\sigma(\delta x - \delta y)$$

$$\frac{d\delta y}{dt} = -\delta y - x\delta z - z\delta x + r\delta x + x\delta r$$

$$\frac{d\delta z}{dt} = x\delta y + y\delta x - b\delta z$$

$$\frac{d\delta r}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{S} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{c} \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\sigma & \sigma & 0 \\ -z + r & -1 & -x \\ y & x & -b \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S} = (0, x, 0)^T$$

$$\mathbf{x} \equiv (x, y, z)^T \quad \mathbf{c} \equiv (r)^T$$

アジョイントモデル

$$\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial x} \right) = -\sigma \frac{\partial J}{\partial x} - (z - r) \frac{\partial J}{\partial y} + y \frac{\partial J}{\partial z} + F_x$$

$$\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial y} \right) = \sigma \frac{\partial J}{\partial x} - \frac{\partial J}{\partial y} + x \frac{\partial J}{\partial z} + F_y$$

$$\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial z} \right) = -x \frac{\partial J}{\partial y} - b \frac{\partial J}{\partial z} + F_z$$

$$\frac{d}{d(-t)} \left(\frac{\partial J}{\partial r} \right) = x \frac{\partial J}{\partial y} + F_r$$

$$\frac{d}{d(-t)} \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{c}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} \\ \frac{\partial J}{\partial \mathbf{c}} \end{pmatrix} + \mathbf{F}$$

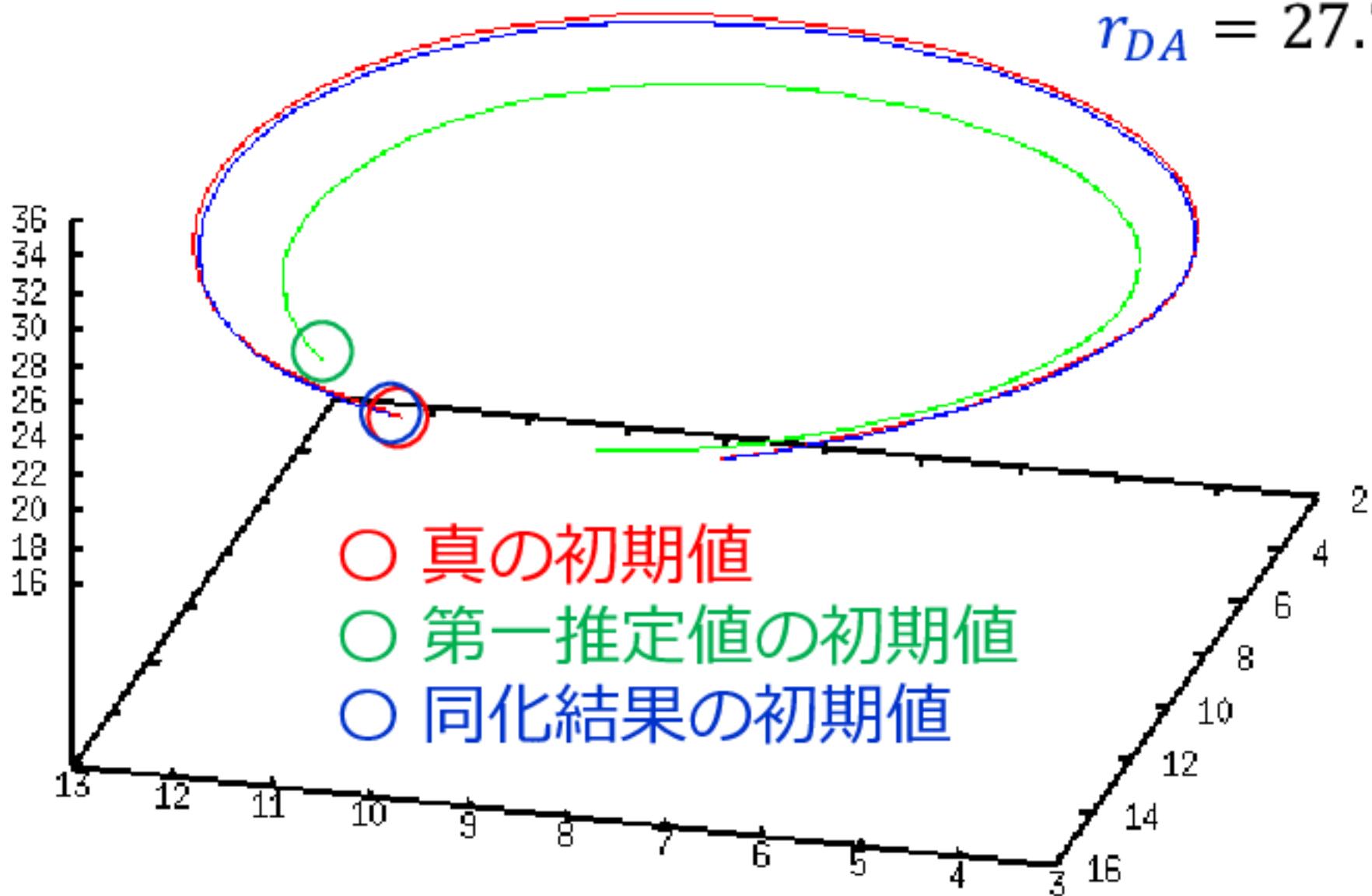
$$\mathbf{M}^T = \begin{pmatrix} -\sigma & -z + r & y \\ \sigma & -1 & x \\ 0 & -x & -b \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}^T = (0, x, 0)$$

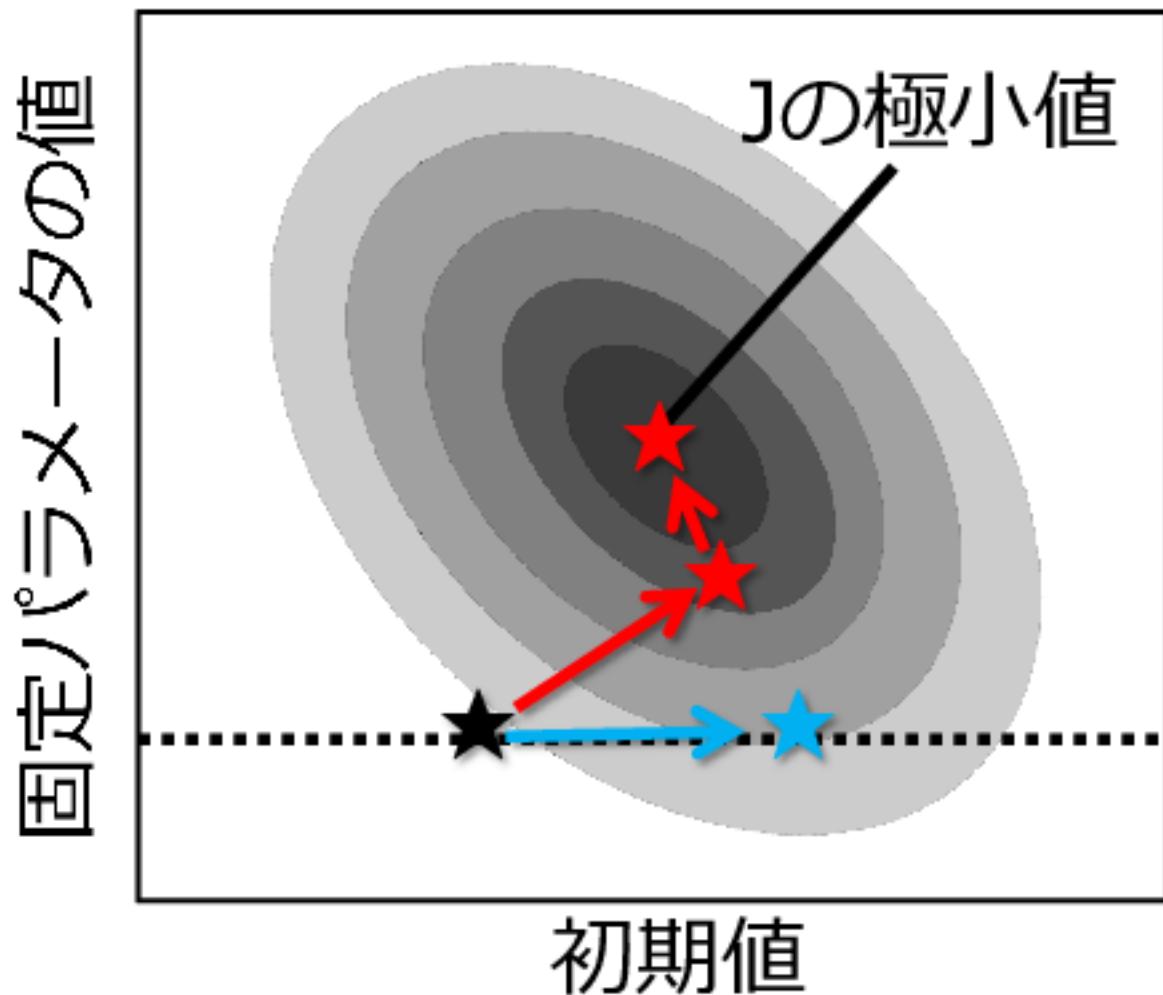
→ $\partial J / \partial x, \partial J / \partial y, \partial J / \partial z$ は変更なし & $\partial J / \partial r$ は既知の $\partial J / \partial y$ から計算可

固定パラメータもちゃんと最適化
⇒ちゃんとうまくいった！

$$r_{true} = 28.0$$
$$r_b = 26.0$$
$$r_{DA} = 27.7$$



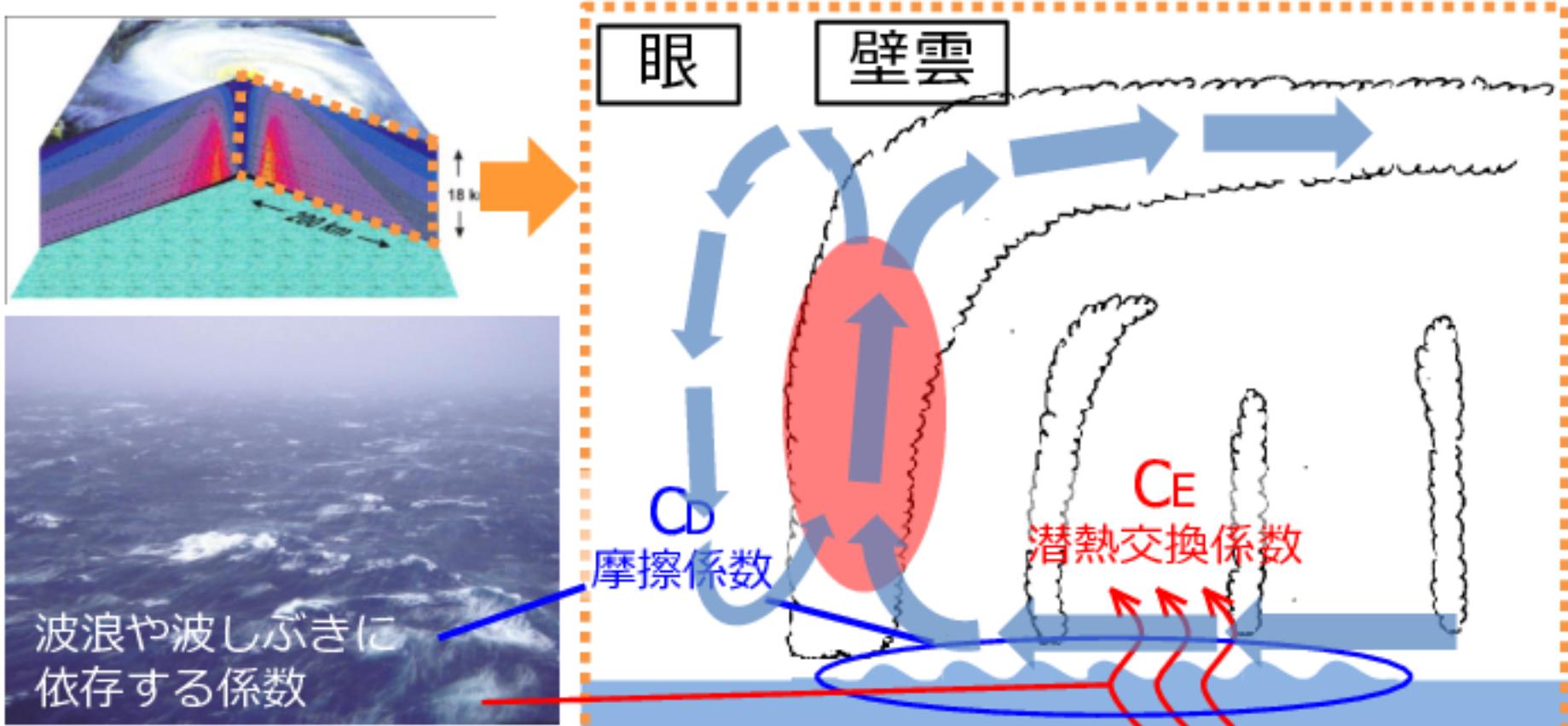
位相空間での概念図



WISHE: 台風の最大風速の理論式 (Emanuel, 1986)

$$V_{\max} \sim \sqrt{\frac{T_s - T_o}{T_o} \frac{C_k}{C_D} (k_o^* - k_a)}$$

- C_k : 熱交換係数 ($\sim C_E$: 潜熱交換係数), C_D : 摩擦係数



数値シミュレーション

大気



データ同化(アジョイント法)



(3) 海面ソースを修正
→ 観測値とモデル結果の
差が小さくなるように

軸対称台風モデルを用いた双子実験

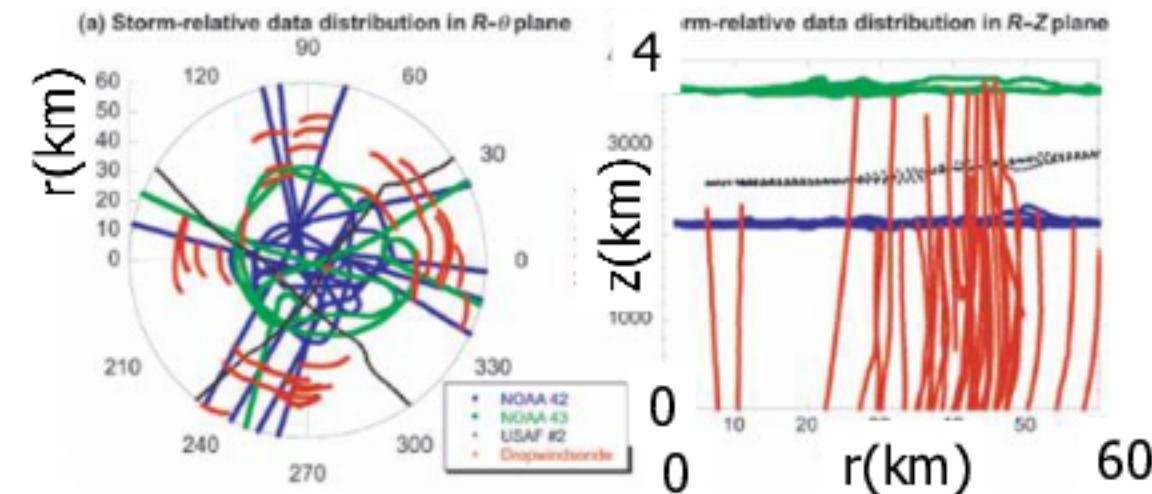
- ある数値実験の結果を「真値」とみなし、「誤った初期値・交換係数」から開始した数値計算に対して観測値を同化し、真値に近い値を復元できるか確認する。
- 本研究で行った双子実験の構成要素

True	「真の」 C_D , C_E と初期値を与えた実験
Observation	Trueの計算結果 + ガウシアンノイズ
NoAsm	「誤った」 C_D , C_E と初期値を与えた実験
Asm_NoCoef	NoAsmから出発。初期値のみを最適化
Asm_Coef	NoAsmから出発。 C_D , C_E と初期値を最適化



双子実験の主な設定

同化ウインドウ	Day 6.0からDay 10.0
観測物理量・時間間隔	12 hごと(動径風速, 接線風速, 水蒸気量, 混合層の運動量)
観測量	$r < 100 \text{ km}$, $z < 5 \text{ km}$ の全グリッド
強風時の交換係数	[誤った値] C_D, C_E : Large and Pond (1981) ($V \leq 30 \text{ m/s}$), $V > 30 \text{ m/s}$ では一定. (誤差は近年提案された値のばらつき程度の大きさ)
背景誤差共分散行列 B	既知とする: 典型的影響半径をフーリエ解析から決め、大きさは "TRUE" の時間変動の分散のスケール. 同じ物理量のみ
観測誤差共分散行列 O	既知とする: 対角成分のみ。大きさは B の対角成分の $1/20$
制御変数	◆ Asm_NoCoef: 初期値 ◆ Asm_Coef: 初期値 & C_D & C_E
最適値の探索手法	最急降下法(探索回数は40回)



NOAA/HRDによる台風
の集中観測の一例
(Montgomery et al., 2006)

C_D と C_E の最適化の結果

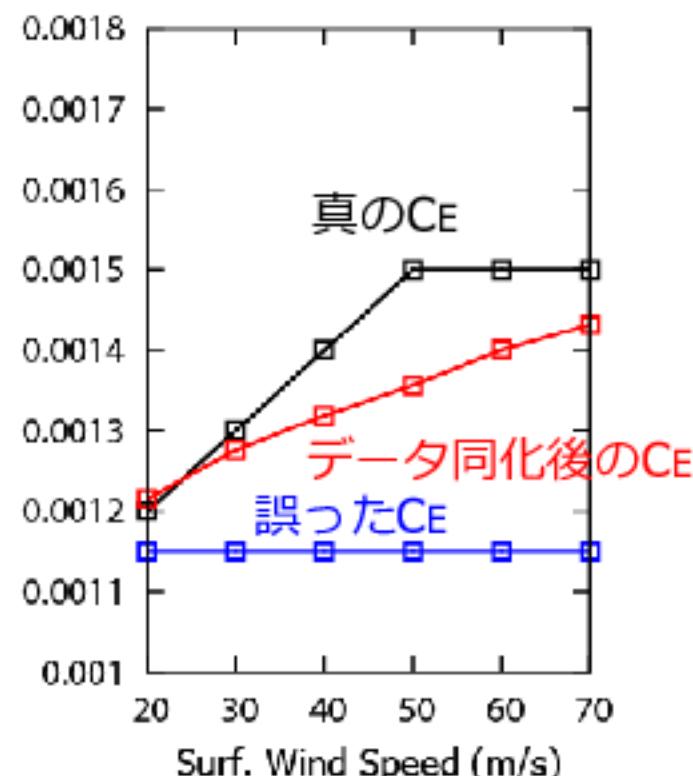
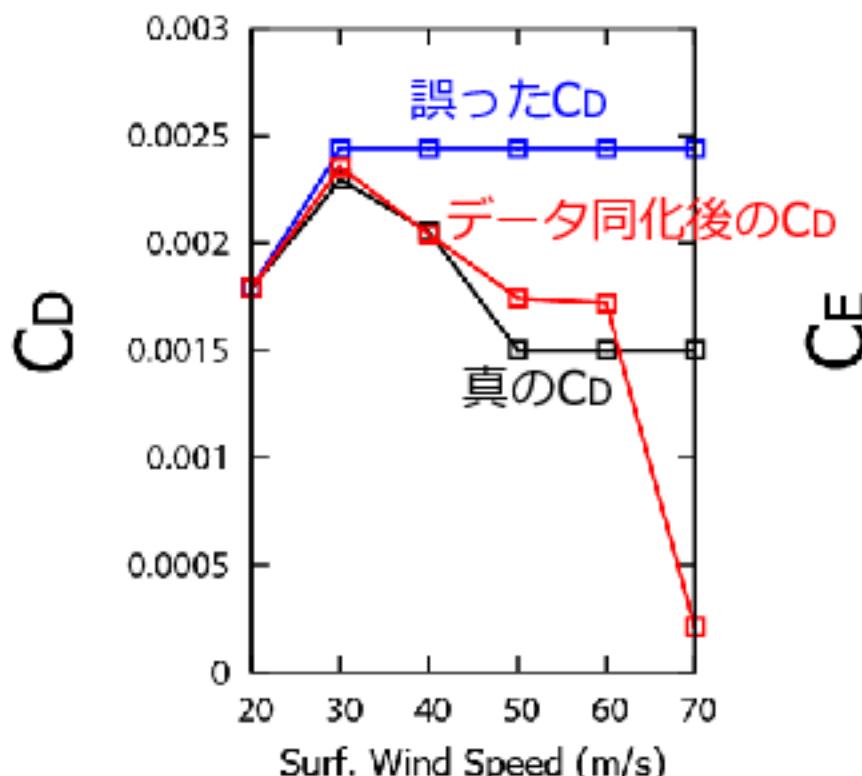
NoAsm: 「誤った」
 C_D, C_E による実験

擬似的に生成した
ドロップゾンデ観測



C_D と C_E の復元値

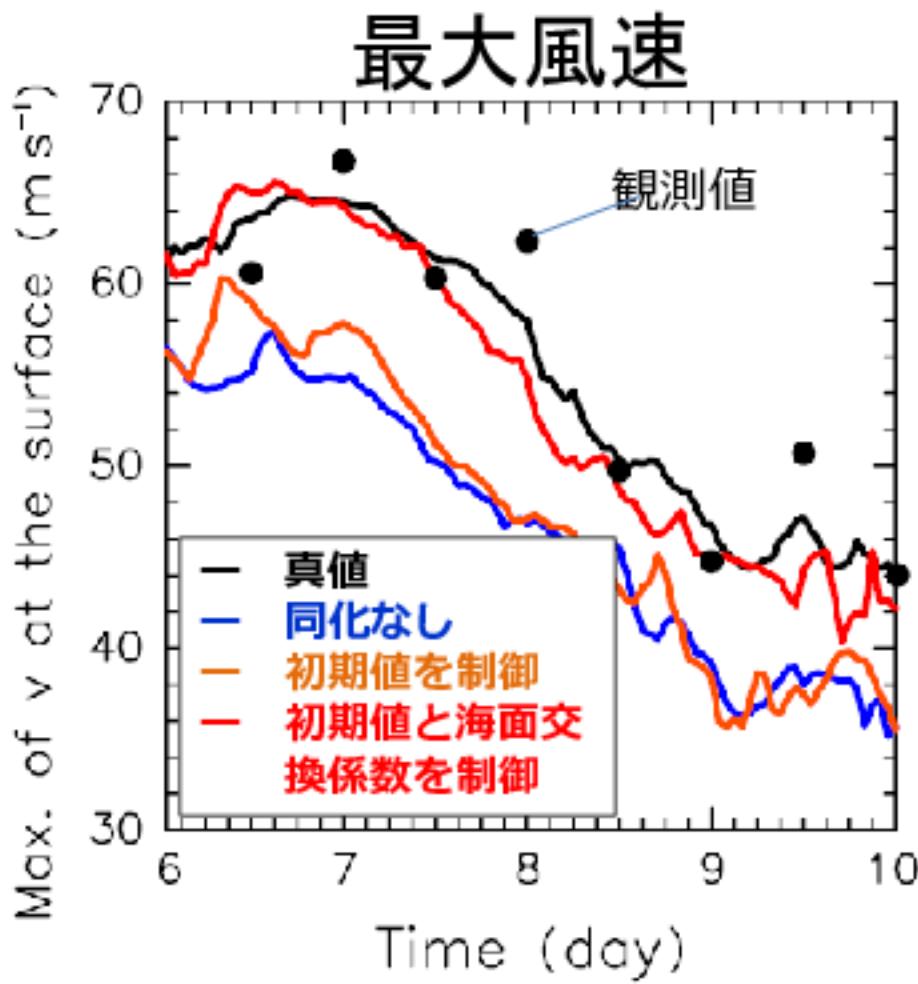
「真の」 C_D と C_E



(Ito et al. 2010)

軸対称台風モデルを用いた同化実験

台風の内部コアを再現するうえでは、海面交換係数の最適化を図ることが重要であった。



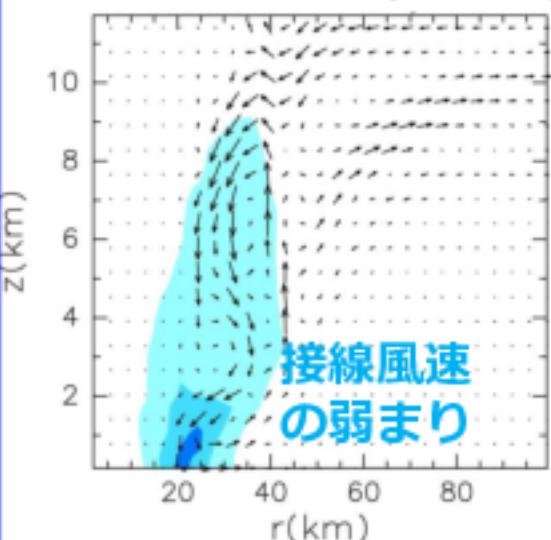
- 真値からの平均二乗誤差
 - “NoAsm”: 7.3 m/s
 - “Asm_NoCoef” 6.3 m/s
 - “Asm_Coef” 2.1 m/s
- “NoAsm”や“Asm_NoCoef”では、台風が系統的に弱い。

(Ito et al. 2010)

風速・温位・水蒸気場の誤差（同化期間平均）

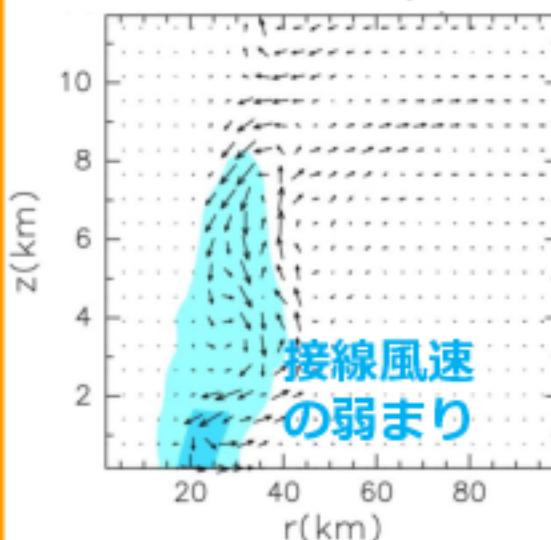
NoAsm

陰影 Δv , ベクトル($\Delta u, \Delta w$)



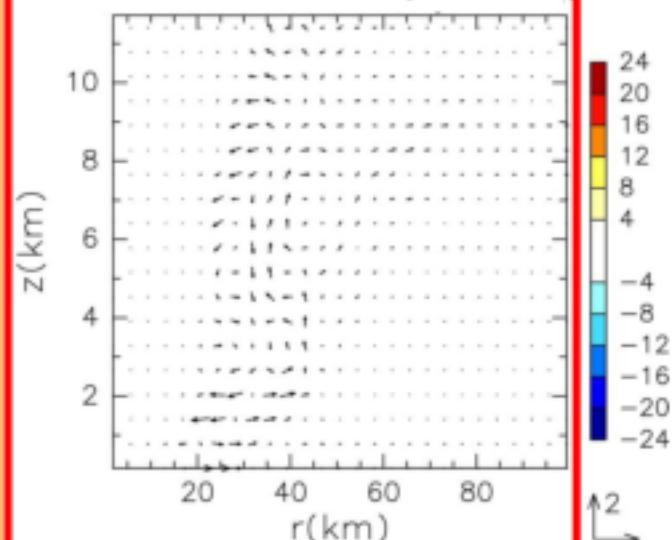
AsmNoCoef

陰影 Δv , ベクトル($\Delta u, \Delta w$)

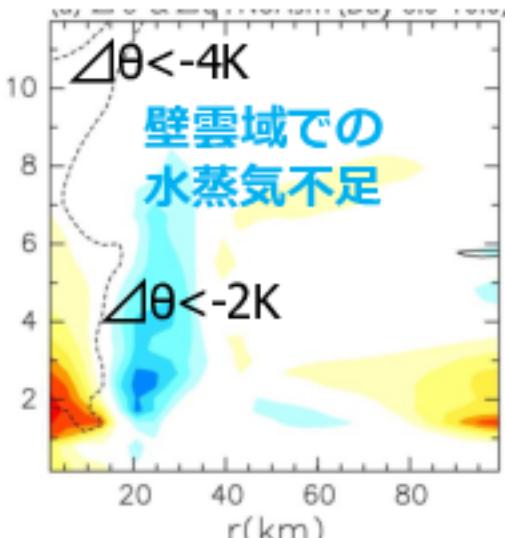


AsmCoef

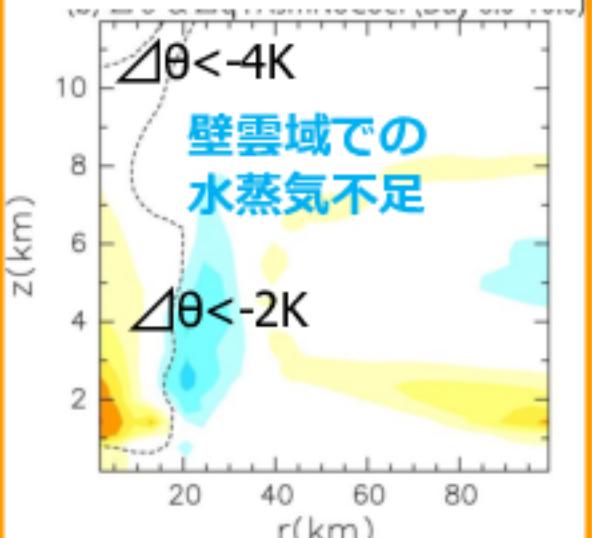
陰影 Δv , ベクトル($\Delta u, \Delta w$)



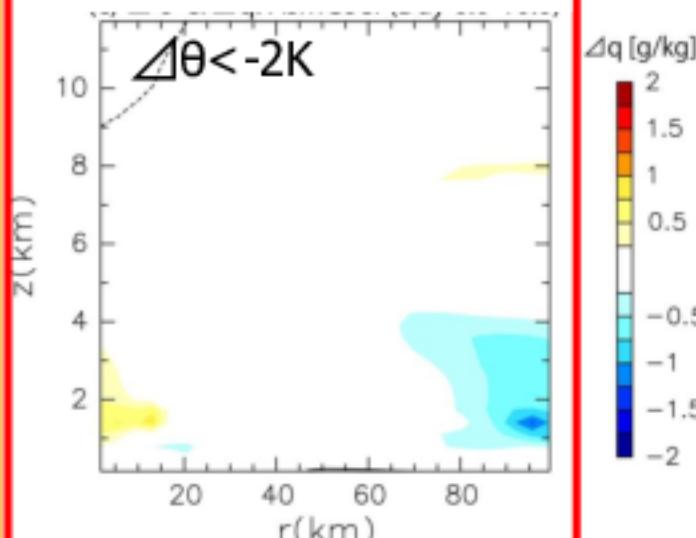
センター $\Delta\theta$, 陰影 Δq



センター $\Delta\theta$, 陰影 Δq

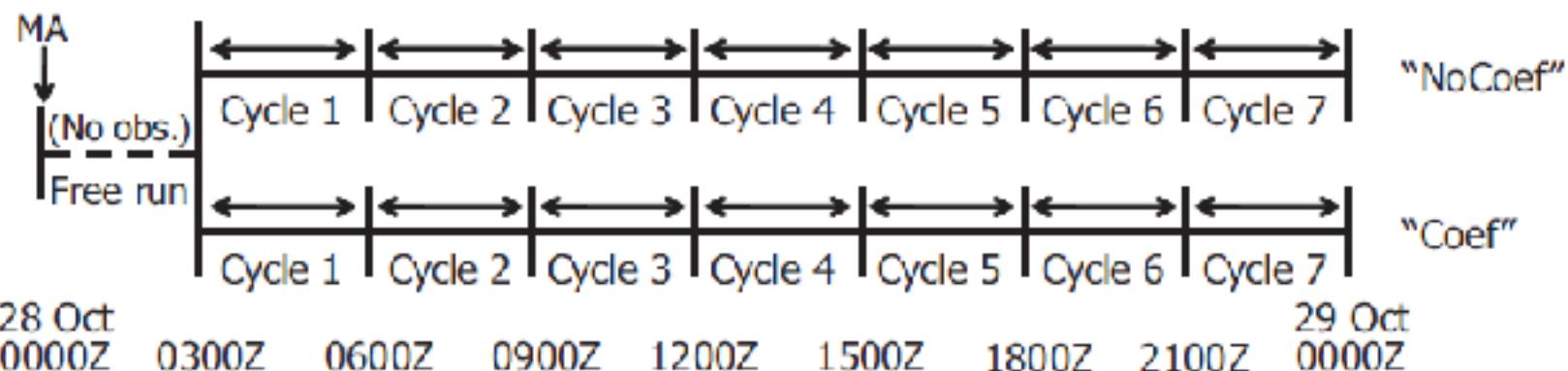
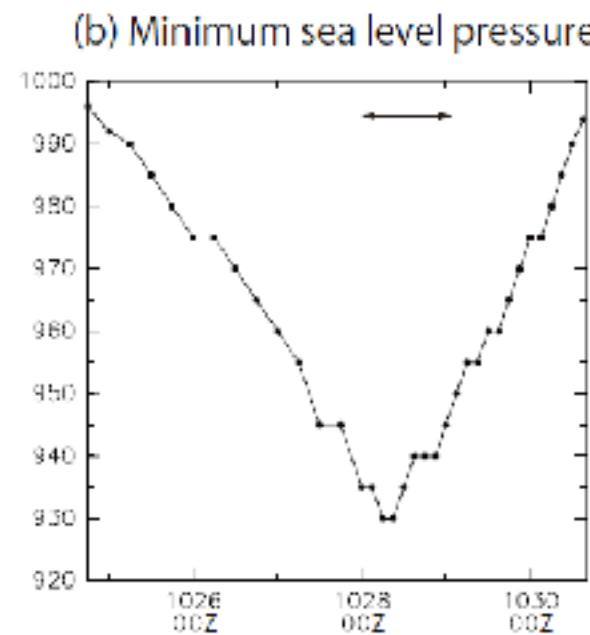
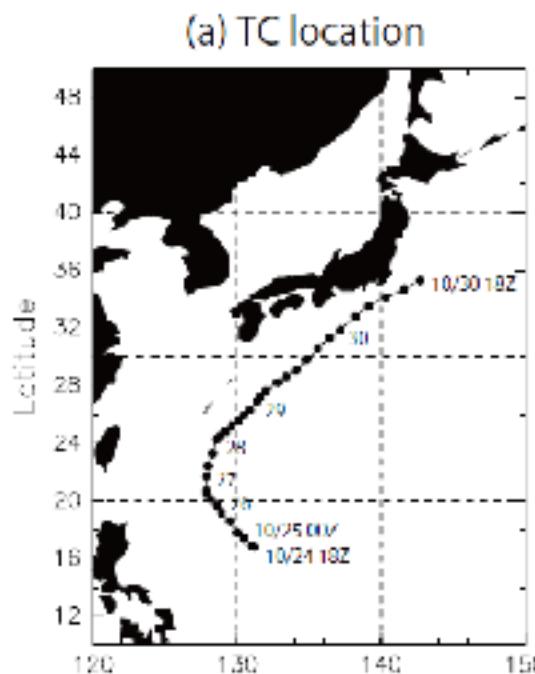


センター $\Delta\theta$, 陰影 Δq



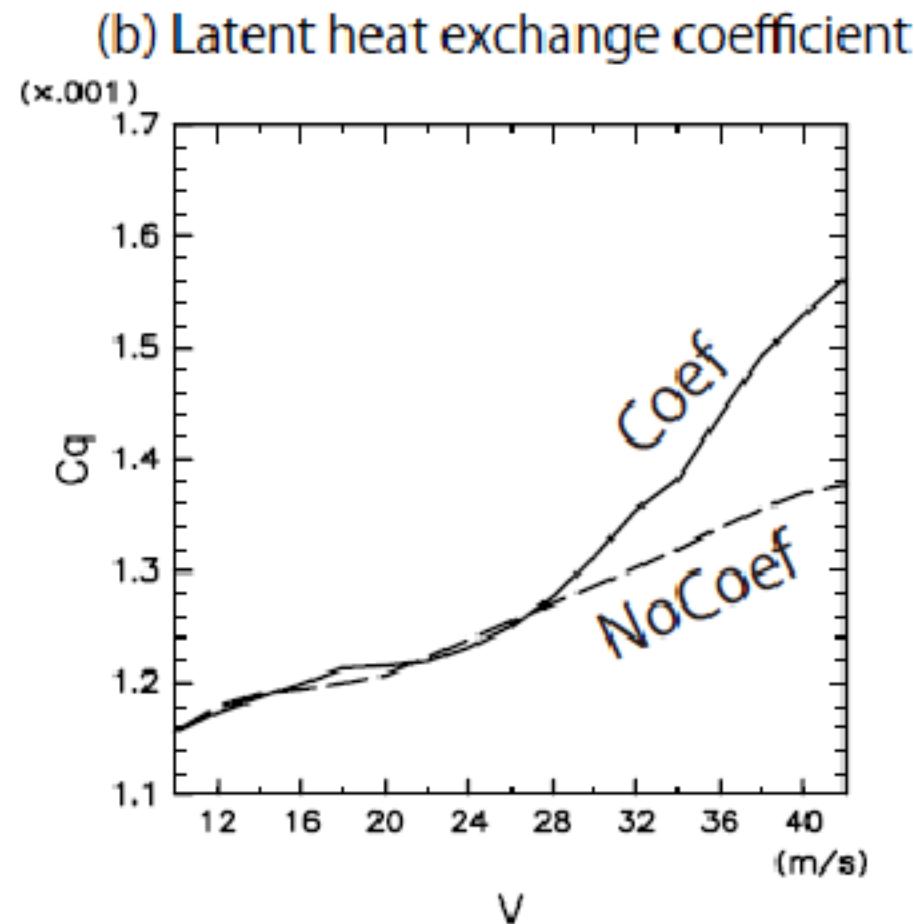
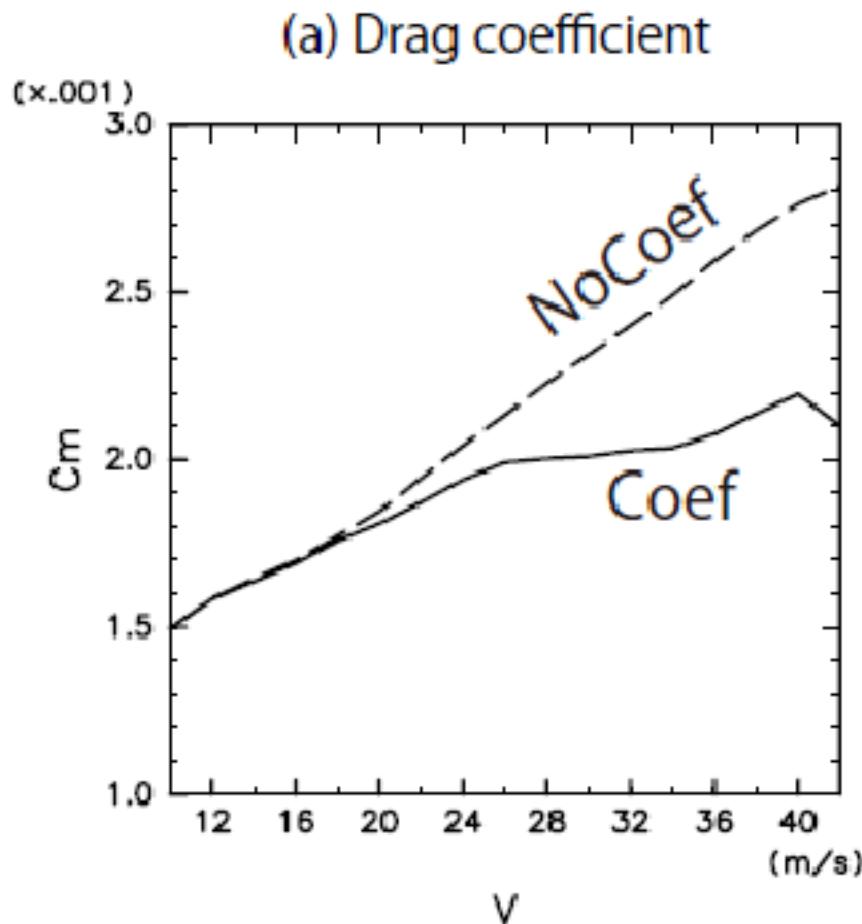
非静力学メソ4次元変分法(JNoVA)への適用

- 2010年台風第14号(Chaba)
- 計算機資源の制約から最盛期の1日間のみ



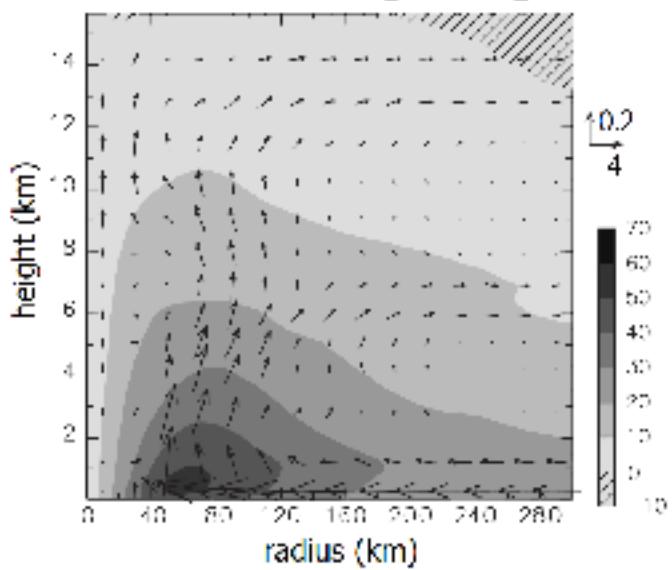
海面交換係数の風速依存性

- NoCoef : 初期値のみを最適化
- Coef : 初期値及び海面交換係数を最適化

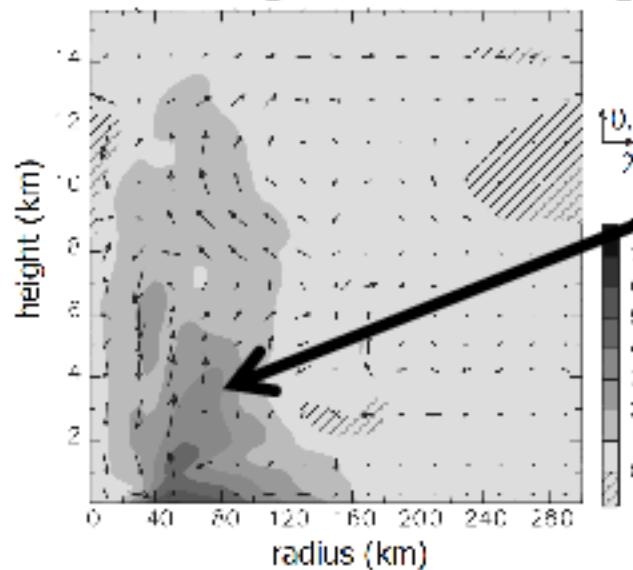


TC Chabaの構造の変化：軸対称モデルと整合的

Wind field [Coef]

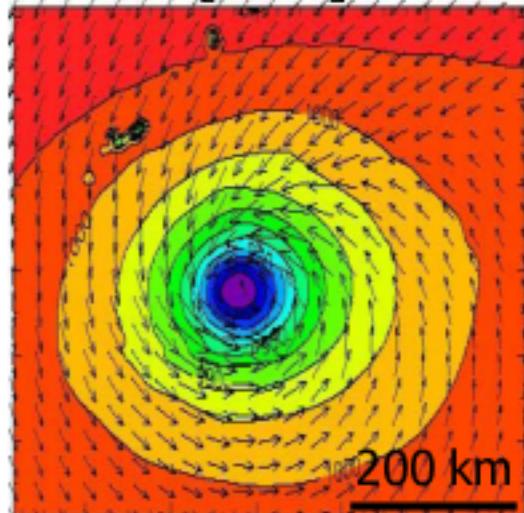


Wind field [Coef - NoCoef]

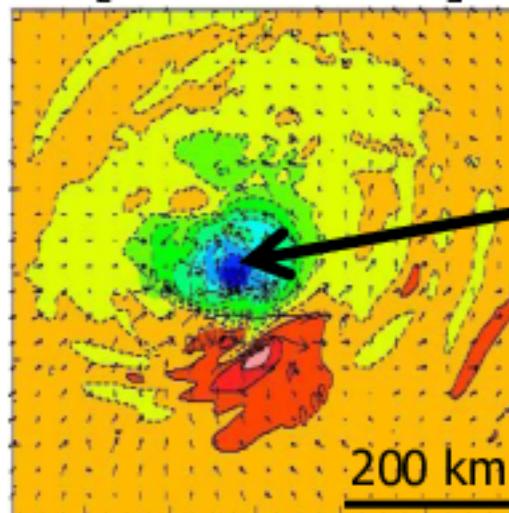


海面付近での接線風速に大きな差が出た

Psrf, (Usrf, Vsrf)
[Coef]



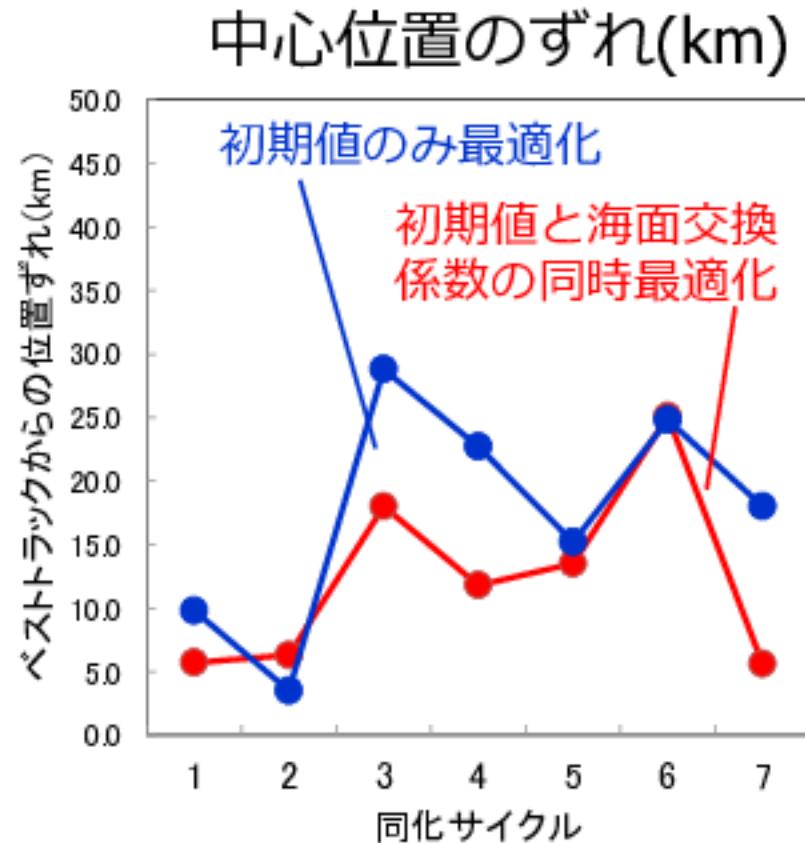
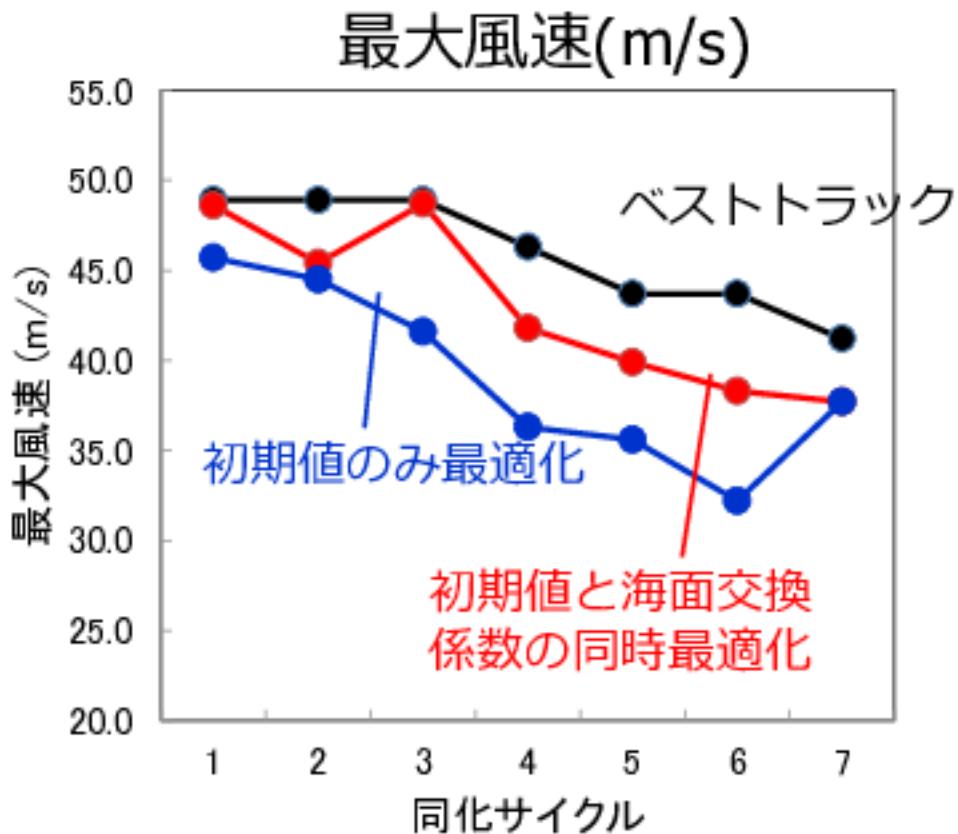
Δ Psrf, (Δ Usrf, Δ Vsrf)
[Coef - NoCoef]



気圧が低下し、
中心位置はベスト
トラックに近く

強度と中心位置のずれの改善

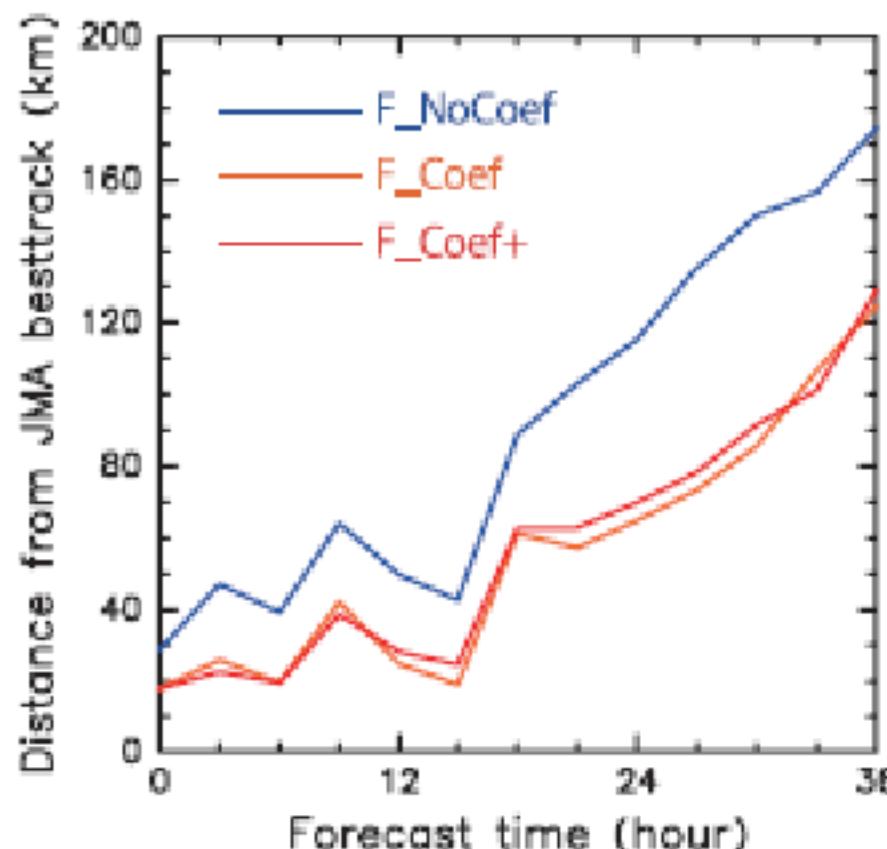
- 解析場における台風強度の再現性が向上したほか、解析時刻の中心位置のずれも改善。



台風の進路予報精度向上

▶ 初期値と海面交換係数の同時最適化を施した結果、進路予報の精度も向上した。

(a) Track Error (Init. time: 10/28 12:00)

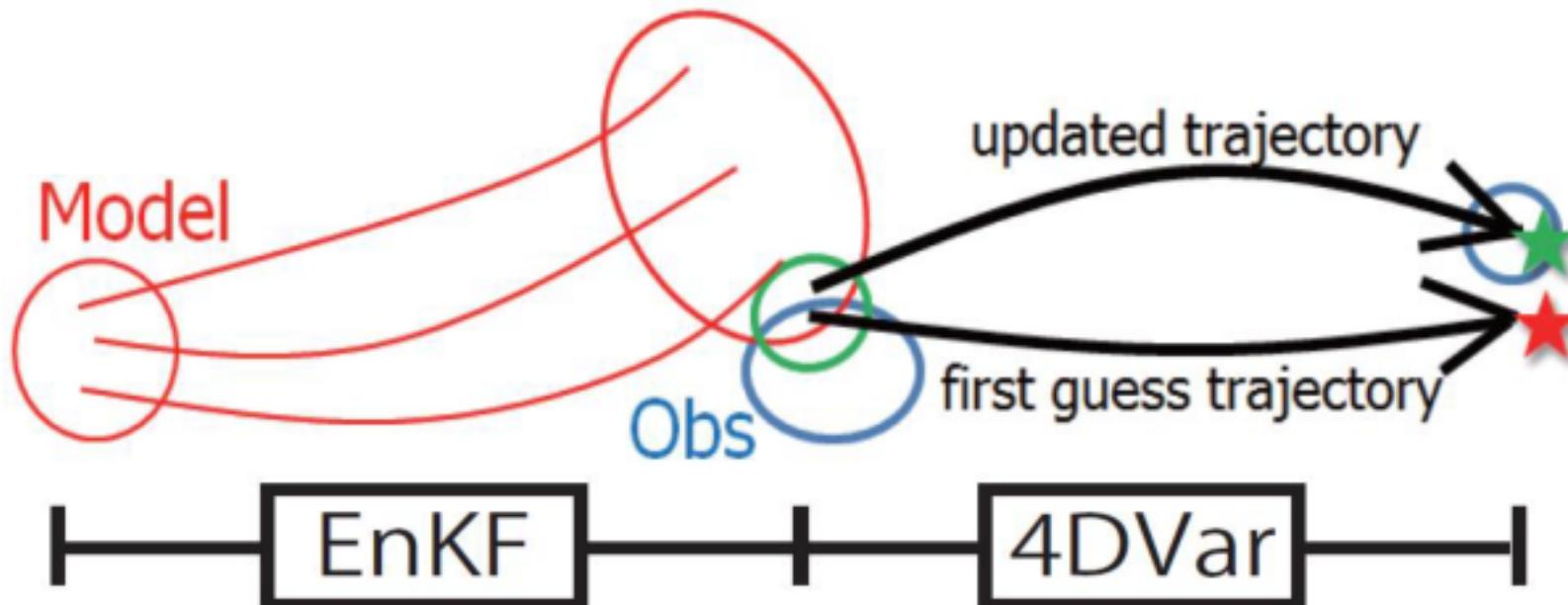


Hybridデータ同化システムの開発

Hybridデータ同化システムとは何か?

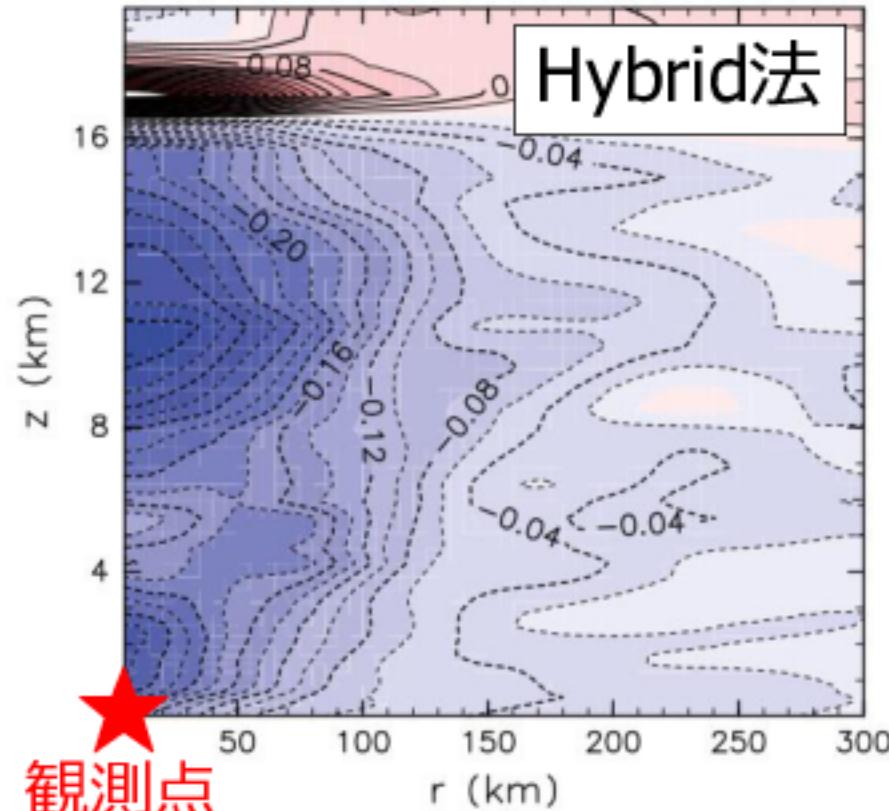
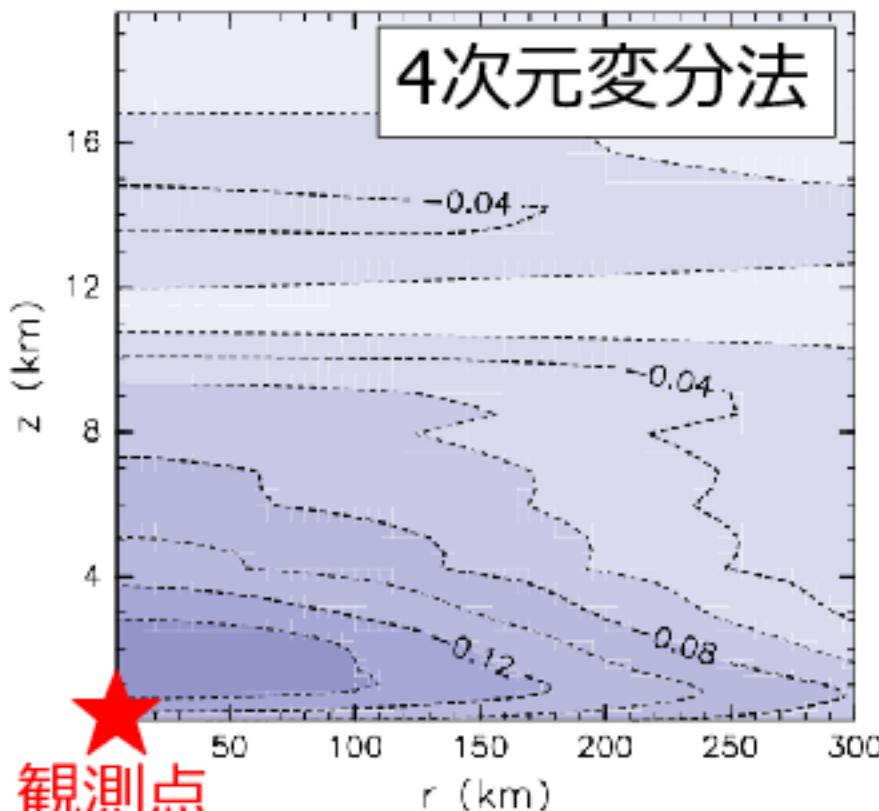
(Lorenc, 2003; Wang et al. 2007; Buehner et al. 2010a,b)

- EnKFは、背景誤差共分散行列**B**に関し、初期値及びその時間発展をアンサンブル近似によって見積もる。
- 4次元変分法は背景誤差共分散行列**B**の時間発展を正確に計算できるものの、初期値は外部から与える必要がある。通常は、気候値的に統計処理した誤差分散を用いる。
- Hybrid法は背景誤差共分散行列**B**の初期値をEnKFによって見積もり、時間発展を4次元変分法で計算する。



台風中心気圧がt=3で観測された場合の t=0における温位場の修正(円筒座標系)

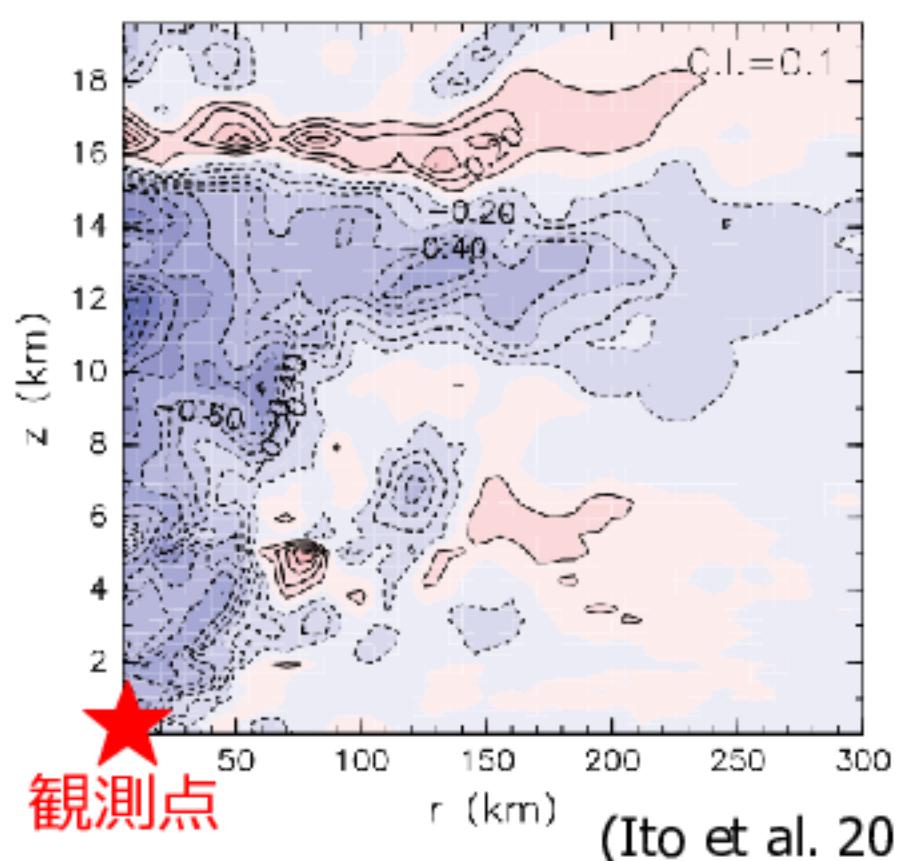
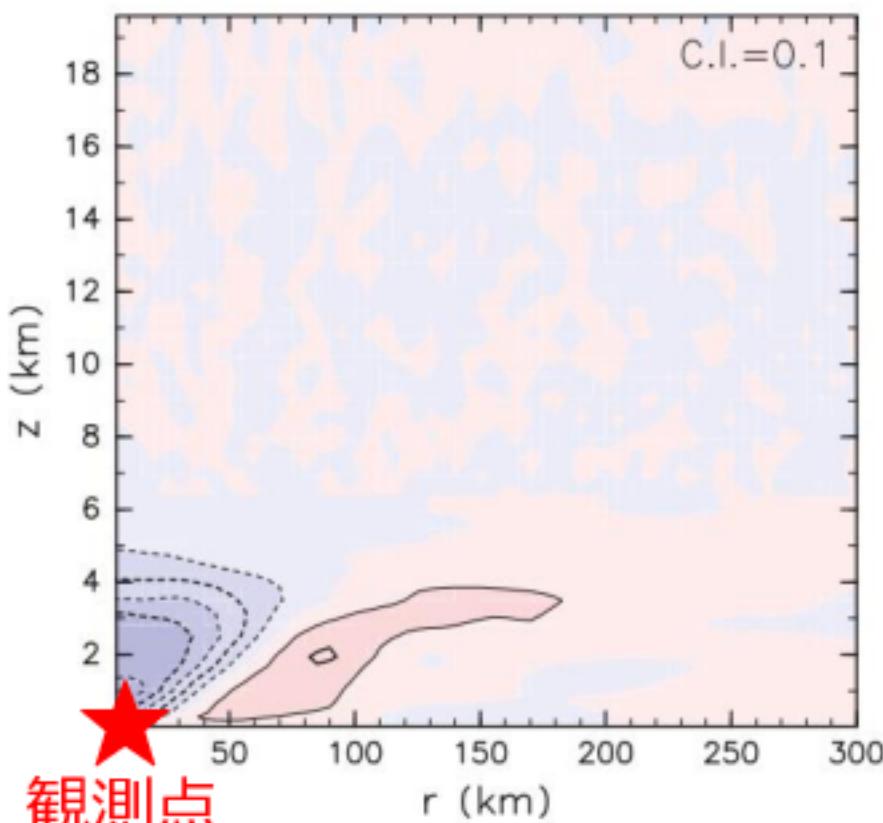
- 中心気圧を上げるような観測が入った場合
 - 4次元変分法：下層を冷やす ←台風の特徴に即していない
 - Hybrid法：上層を冷やす(暖気核を弱める)



(Ito et al. 2016)

台風中心気圧がt=3で観測された場合の t=3における温位場の修正(円筒座標系)

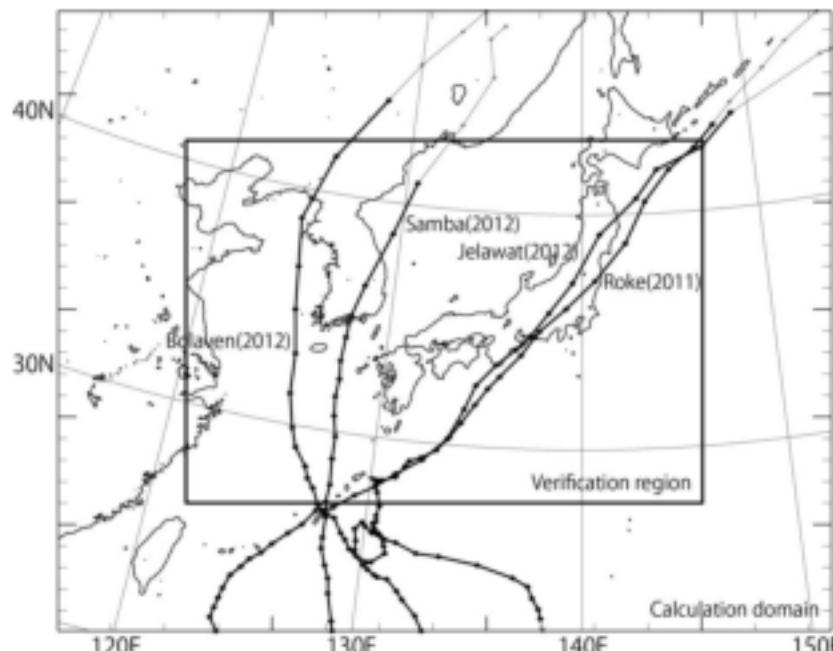
- 中心気圧を上げるような観測が入った場合
 - LETKF : 下層のみを冷やす ←台風の特徴に即していない
 - Hybrid法 : 上層を冷やす(暖気核を弱める)



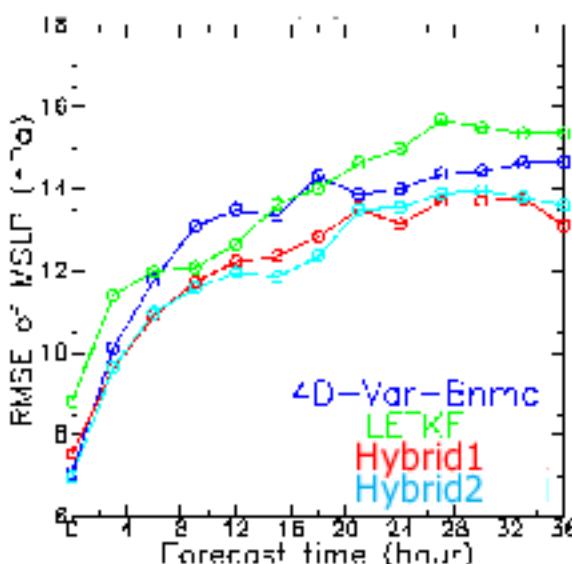
(Ito et al. 2016)

現実のデータ同化後の台風予測誤差

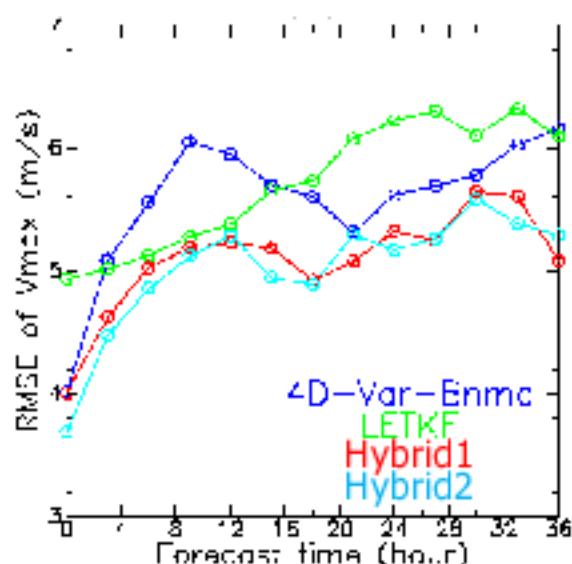
- 日本付近を通過した強い台風に
関し62回の同化実験を実施。
- その初期値を用いた台風予測
- Hybrid法を用いると強度・進路
ともに誤差が10%程度小さい。



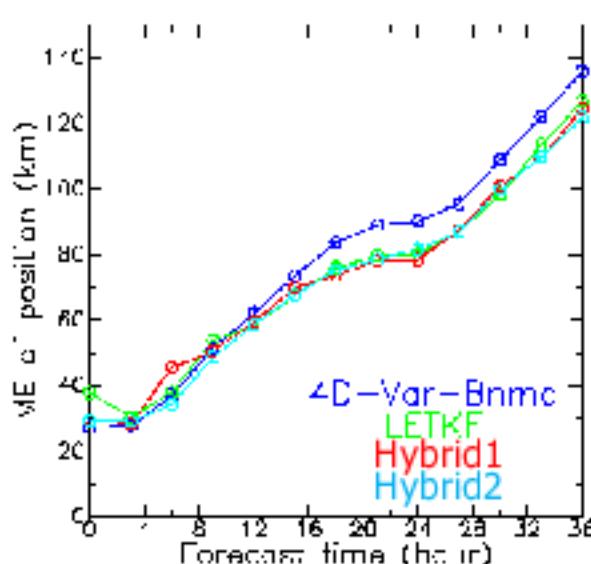
中心気圧の予測誤差



最大風速の予測誤差



進路の予測誤差



参考文献

- * Aonashi, K., K. Okamoto, T. Tashima, T. Kubota, and K. Ito. (2016). Sampling error damping method for a cloud-resolving model using a dual-scale neighboring ensemble approach. *Monthly Weather Review*, **144**(12), 4751-4770,
- * Bajer, K., A. P. Bassom, and A. D. Gilbert. (2004). Vortex motion in a weak background shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **509**, 281-304.
- * Black, P. G., E. A. D'Asaro, W. M. Drennan, and J. R. French, P. P. Niler, T. B. Sanford, E. J. Terrill, E. J. Walsh, and J. A. Zhang. (2007). AIR-SEA EXCHANGE IN HURRICANES: Synthesis of Observations from the Coupled Boundary Layer Air-Sea Transfer Experiment. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **88**, 357.
- * Bolton, D.. (1980). The computation of equivalent potential temperature. *Monthly Weather Review*, **108**, 1046-1053.
- * Bryan, G. H.. (2008). On the computation of pseudoadiabatic entropy and equivalent potential temperature. *Monthly Weather Review*, **136**, 5230-5245.
- * Bryan, G. H., and R. Rotunno. (2009). The maximum intensity of tropical cyclones in axisymmetric numerical model simulations. *Monthly Weather Review*, **137**, 1770-1789.
- * Carr III, L. E., and R. L. Elsberry. (1990). Observational evidence for predictions of tropical cyclone propagation relative to environmental steering. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **47**, 542-546.
- * Chan, Johnny, and Jeffrey Kepert. (Eds.) (2010). *Global perspectives on tropical cyclones: from science to mitigation*. World Scientific, Vol.
-

4.

- * Charney, J. G., and A. Eliassen. (1964). On the growth of the hurricane depression. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **21**, 68-75.
- * Craig, G. C., and S. L. Gray. (1996). CISK or WISHE as the mechanism for tropical cyclone intensification. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **53**, 3528-3540.
- * D'Asaro, E. A., P. Black, L. Centurioni, P. Harr, S. Jayne, I. -I. Lin, C. Lee, J. Morzel, R. Mrvaljevic, P. P. Niiler, L. Rainville, T. Sanford, and T. Y. Tang. (2011). Typhoon-ocean interaction in the western North Pacific: Part 1. *Oceanography*, **24**, 24-31.
- * Donelan, M. A., B. K. Haus, N. Real, W. J. Plant, M. Stiassnie, H. C. Graber, O. B. Brown, and E. S. Saltzman. (2004). On the limiting aerodynamic roughness of the ocean in very strong winds. *Geophysical Research Letters*, **31**.
- * Dvorak, V. F.. (1984). Tropical cyclone intensity analysis using satellite data. *US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Environmental Satellite, Data, and Information Service, Vol. 11*.
- * Emanuel, K.. (2005). Divine wind: the history and science of hurricanes. *Oxford University Press*.
- * Emanuel, K., C. DesAutels, C. Holloway, and R. Korty. (2004). Environmental control of tropical cyclone intensity. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **61**, 843-858.
- * Emanuel, K. A.. (1983). On assessing local conditional symmetric instability from atmospheric soundings. *Monthly Weather Review*, **111**, 2016-2033.
-

- * Emanuel, K. A.. (1986). An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part I: Steady-state maintenance. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **43**, 585-604.
- * Emanuel, K. A., J. David Neelin, and C. S. Bretherton. (1994). On large-scale circulations in convecting atmospheres. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **120**, 1111-1143.
- * Gent, P. R., and J. C. McWilliams. (1986). The instability of barotropic circular vortices. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, **35**, 209-233.
- * Gentry, M. S., and G. M. Lackmann. (2010). Sensitivity of simulated tropical cyclone structure and intensity to horizontal resolution. *Monthly Weather Review*, **138**, 688-704.
- * Ginis, I., and G. Sutyrin. (1995). Hurricane-generated depth-averaged currents and sea surface elevation. *Journal of physical oceanography*, **25**, 1218-1242.
- * Hawkins, H. F., and D. T. Rubenam. (1968). Hurricane Hilda, 1964. *Monthly Weather Review*, **96**, 701-706.
- * Holland, G. J., and R. T. Merrill. (1984). On the dynamics of tropical cyclone structural changes. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **110**, 723-745.
- * Houze Jr, R. A.. (2010). Clouds in tropical cyclones. *Monthly Weather Review*, **138**, 293-344.

* Huang, Y.-H., M. T. Montgomery, and C.-C. Wu. (2012). Concentric eyewall formation in Typhoon Sinlaku (2008). Part II: Axisymmetric dynamical processes. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **69**, 662-674.

* Iribarne, J. V., and W. L. Godson. (Eds.) (1973). Thermodynamic Processes in the Atmosphere. in *Atmospheric Thermodynamics*. Springer, 97-132.

* Ito, K.. (2016). Errors in tropical cyclone intensity forecast by RSMC Tokyo and statistical correction using environmental parameters. *SOLA*, **12**, 247-252.

* Ito, K. and C.-C. Wu. (2013). Typhoon-position-oriented sensitivity analysis. Part I: Theory and Verification. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **70(8)**, 2525-2546.

* Ito, K., M. Kunii, T. Kawabata, K. Saito, K. Aonashi, and L. Duc. (2016). Mesoscale hybrid data assimilation system based on JMA nonhydrostatic model. *Monthly Weather Review*, **144(9)**, 3417-3439.

* Ito, K., S. Kanda, and N. Takagaki. Horizontal transport of sea spray intensifying tropical cyclones. in revision.

* Ito, K., T. Kawabata, T. Kato, Y. Honda, Y. Ishikawa and T. Awaji. (2013). Simultaneous optimization of air-sea exchange coefficients and initial condition near a tropical cyclone with JNoVA. *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **91(3)**, 337-353.

* Ito, K., T. Kuroda, K. Saito and A. Wada. (2015). Forecasting a large number of tropical cyclone intensities around Japan using a high-resolution atmosphere-ocean coupled model. *Weather and Forecasting*, **30(3)**, 793-808.

- * Ito, K., Y. Ishikawa, and T. Awaji. (2010). Specifying air-sea exchange coefficients in the high-wind regime of a mature tropical cyclone by an adjoint data assimilation method. *SOLA*, **6**, 13-16.
- * Ito, K., Y. Ishikawa, Y. Miyamoto and T. Awaji. (2011). Short-time-scale processes in a mature hurricane as a response to sea surface fluctuations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **68(10)**, 2250-2272.
- * Ito, K., Y. Naito, and S. Yoden. (2009). Combined effects of QBO and 11-year solar cycle on the winter hemisphere in a stratosphere-troposphere coupled system. *Geophysical Research Letters*, **36**, L11804.
- * Jacob, S. D., L. K. Shay, A. J. Mariano, and P. G. Black. (2000). The 3D oceanic mixed layer response to Hurricane Gilbert. *Journal of physical oceanography*, **30**, 1407-1429.
- * Kano, M., S. Miyazaki, K. Ito and K. Hirahara. (2013). An adjoint data assimilation method for optimizing frictional parameters on the afterslip area. *Earth, Planets and Space*, **65(12)**, 1575-1580.
- * Kano, M., S. Miyazaki, Y. Ishikawa, Y. Hiyoshi, K. Ito, and K. Hirahara. (2015). Real data assimilation for optimization of frictional parameters and prediction of afterslip in the 2003 Tokachi-oki earthquake inferred from slip velocity by an adjoint method. *Geophysical Journal International*, **203(1)**, 646-663.
- * Kawabata, T., K. Ito, and K. Saito. (2014). Recent progress of the NHM-4DVAR towards a super-high resolution data assimilation. *SOLA*, **10**, 145-149.
- * Kossin, J. P., and W. H. Schubert. (2004). Mesovortices in hurricane Isabel. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **85**, 151-153.
-

- * Kunii, M., K. Ito, and A. Wada. (2017). Preliminary test of a data assimilation system with a regional high-resolution atmosphere-ocean coupled model based on an ensemble Kalman filter. *Monthly Weather Review*, **145**(2), 565-581.
- * Lin, I.-I., C.-C. Wu, I.-F. Pun, and D.-S. Ko. (2008). Upper-ocean thermal structure and the western North Pacific category 5 typhoons. Part I: Ocean features and the category 5 typhoons' intensification. *Monthly Weather Review*, **136**, 3288-3306.
- * Lin, I.-I., C.-C. Wu, K. A. Emanuel, I.-H. Lee, C.-R. Wu, and I.-F. Pun. (2005). The interaction of Supertyphoon Maemi (2003) with a warm ocean eddy. *Monthly Weather Review*, **133**, 2635-2649.
- * Luu, Q., K. Ito, Y. Ishikawa and T. Awaji. (2011). Tidal transport through the Tsugaru strait – part I: Characteristics of the major tidal flow and its residual current. *Ocean Science Journal*, **46**(4), 273-288.
- * Marks Jr, F. D., and R. A. Houze Jr. (1987). Inner core structure of Hurricane Alicia from airborne Doppler radar observations. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **44**, 1296-1317.
- * Mitsuta, Y., T. Suenobu, and T. Fujii. (1988). Supergradient surface wind in the eye of a typhoon. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, **66**, 505-508.
- * Montgomery, M. T., M. M. Bell, S. D. Aberson, and M. L. Black. (2006). Hurricane Isabel (2003): New insights into the physics of intense storms. Part I: Mean vortex structure and maximum intensity estimates. *Bulletin of the American Meteorological Society*, **87**, 1335-1347.
- * Moon, I.-J., I. Ginis, and T. Hara. (2004). Effect of surface waves on airsea momentum exchange. Part II: Behavior of drag coefficient under
-

tropical cyclones. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **61**, 2334-2348.

* Nakano, S., K. Ito, K. Suzuki, and G. Ueno. (2016). Decadal-scale meridional shift of the typhoon recurvature latitude over five decades. *International Journal of Climatology*, **36**, 3819-3827.

* Ooyama, K.. (1964). A dynamical model for the study of tropical cyclone development. *Geofisica Internacional (Mexico)*, **4**, 187-198.

* Ooyama, K.. (1969). Numerical simulation of the life cycle of tropical cyclones. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **26**, 3-40.

* Ooyama, K. V.. (1982). Conceptual evolution of the theory and modeling of the tropical cyclone. *Journal of the Meteorological Society of Japan. Ser. II*, **60**, 369-380.

* Orlanski, L.. (1975). A rational subdivision of scales for atmospheric processes. *Bulletin of American Meteorological Society*, **56**, 527-530.

* Persing, J., and M. T. Montgomery. (2003). Hurricane superintensity. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **60**, 2349-2371.

* Powell, M. D., P. J. Vickery, and T. A. Reinhold. (2003). Reduced drag coefficient for high wind speeds in tropical cyclones. *Nature*, **422**, 279-283.

* Qiu, X., Z.-M. Tan, and Q. Xiao. (2010). The roles of vortex Rossby waves in hurricane secondary eyewall formation. *Monthly Weather Review*, **138**, 2092-2109.

* Rotunno, R., and K. A. Emanuel. (1987). An air-sea interaction theory for tropical cyclones. Part II: Evolutionary study using a nonhydrostatic

axisymmetric numerical model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **44**, 542-561.

* Saito, K., T. Tsuyuki, H. Seko, F. Kimura, T. Tokioka, T. Kuroda, L. Due, K. Ito, T. Oizumi, G. Chen, J. Ito, and SPIRE Field3 Mesoscale NWP group. (2013). Superhigh-resolution meso scale weather prediction. *Journal of Physics: Conference Series*, **454**, 012073.

* Scharroo, R., W. H. Smith, and J. L. Lillibridge. (2005). Satellite altimetry and the intensification of Hurricane Katrina. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **86**, 366-366.

* Schechter, D. A., and M. T. Montgomery. (2007). Waves in a cloudy vortex. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **64**, 314-337.

* Schubert, W. H., and J. J. Hack. (1983). Transformed Eliassen balanced vortex model. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **40**, 1571-1583.

* Schubert, W. H., M. T. Montgomery, R. K. Taft, T. A. Quinn, S. R. Fulton, J. P. Kossin, and J. P. Edwards. (1999). Polygonal eyewalls, asymmetric eye contraction, and potential vorticity mixing in hurricanes. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **56**, 1197-1223.

* Shapiro, L. J., and H. E. Willoughby. (1982). The response of balanced hurricanes to local sources of heat and momentum. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **39**, 378-394.

* Smith, R. K.. (1997). On the theory of CISK. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **123**, 407-418.

* Wang, Y.. (2012). Recent research progress on tropical cyclone structure and intensity. *Tropical cyclone Res. Rev.*, **1**, 254-275.

* Yablonsky, R. M., and I. Ginis. (2009). Limitation of one-dimensional ocean models for coupled hurricaneocean model forecasts. *Monthly Weather Review*, **137**, 4410-4419.

* Yamaguchi, M., M. Nakagawa, J. Ishida, and H. Sato. (2017). WGNE Intercomparison of Tropical Cyclone Forecasts by Operational NWP Models: A Quarter-Century and Beyond. *Bulletin of the American Meteorological Society*.

* Yamaguchi, M., D. S. Nolan, M. Iskandarani, S. J. Majumdar, M. S. Peng, and C. A. Reynolds. (2011). Singular vectors for tropical cyclonelike vortices in a nondivergent barotropic framework. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **68**, 2273-2291.

* Yano, J.-I., and K. Emanuel. (1991). An improved model of the equatorial troposphere and its coupling with the stratosphere. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **48**, 377-389.

* Zhang, F., and K. Emanuel. (2016). On the role of surface fluxes and WISHE in tropical cyclone intensification. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **73**, 2011-2019.

* 伊藤耕介, 沢田雅洋, 山口宗彦. 大気モデル及び結合モデルを用いた北西太平洋全域台風予測実験, submitted.

* 坪木和久, 伊藤耕介(分担), 中澤哲夫・筆保弘徳(編). (2013). メソ構造. 気象研究ノート 226 号「台風研究の最前線(上) -台風力学-」, 93-126.

* 加納将行, 宮崎真一, 伊藤耕介, 平原和朗, (2010). 余効すべり人工データを用いたアジョイント法による摩擦パラメータ・初期値の推定. 地震第2輯, 第 63 卷 2 号, 57-69.

* 伊藤耕介. (2010). テクニカル分析の立場をベースとした複勝馬券の的中確率に関する統計モデル. 大阪商業大学アミューズメント産業研究所紀要, 第 12 号, 301-320.

* Prof. Yu-Qing Wang 集中講義資料@東京大学柏キャンパス (2010)

* 筆保弘徳, 伊藤耕介, 山口宗彦, 新田尚, 中澤哲夫・斎藤和雄 (監修). (2014). 台風の正体 (気象学の新潮流 2), 朝倉書店, p.171.

* 吉崎正憲, 加藤輝之. (2007). 豪雨・豪雪の気象学. 朝倉書店,

* 板野 稔久, (2010). 溝ロスビー波. 天氣, 57(7), 8184.

* 伊藤耕介, 仲田真理子, 宮里結衣, 宮本育利, 善村夏実. (2015). RSMC Tokyo 台風強度予報誤差データベースの構築と MPI を用いた補正. 2015 年度日本気象学会秋季大会.

* 伊藤耕介. (2011). 台風強度の再現性向上に関するアジョイント手法を用いた基礎的研究. 博士論文.

* 坪木和久・伊藤耕介. (2013). メソ構造 中澤哲夫・筆保弘徳 (編). 台風研究の最前線, 気象研究ノート 226-227 号. デジタル台風.